

Улыбка пустоты

А.И. Сметанников

(Получена 12 февраля 2012; изменена 26 марта 2012; опубликована 15 апреля 2012)

Предлагаемый подход может оказаться дополнением как к существующей теории квантовой механики, так и к ее пониманию.

Что за наука, которая по самой сущности своей недоступна массе? Что за искусство, которого произведениями могут наслаждаться только немногие специалисты? Ведь надо же помнить, что не люди существуют для науки и искусства, а что наука и искусство вытекли из естественной потребности человека наслаждаться жизнью и украшать ее всевозможными средствами.
Д. И. Писарев

Планк, Эйнштейн, де-Бройль и Шредингер основоположники и создатели квантовой механики, в конечном счете, стали ее противниками. Какое редкое единодушие творцов! Это, пожалуй, наиболее крупный парадокс квантовой механики. Вряд ли где еще можно встретить такую сплоченность в отвержении дитя науки ее собственными отцами.

Но верных сынов квантовой механики это не волнует. Достаточно пройти обряд посвящения, например в следующей форме. «Раз поведение атомов так непохоже на наш обыденный опыт, то к нему очень трудно привыкнуть. И новичку в науке, и опытному физику – всем оно кажется своеобразным и туманным. Даже большие ученые не понимают его настолько, как им хотелось бы, и это совершенно естественно, потому что весь непосредственный опыт человека, вся его интуиция – все прилагается к крупным телам. Мы знаем, что будет с большим предметом; но именно так мельчайшие тельца не поступают... Микротела не похожи ни на что из того, что вам хоть когда-нибудь приходилось видеть. Фейнман Р. “Фейнмановские лекции по физике”». Считается, что этого достаточно, чтобы уберечь новообращенного от попыток понимания квантовой механики, и сопряженным с этим уроном для его психики.

Любопытно однако то, что даже те, кто следует подобным советам иногда испытывают дискомфорт, и в их числе находятся признанные авторитеты. Здесь оказываются полезными автобиографические воспоминания, пожалуй, наиболее самокритичного отца квантовой механики П.А.М.Дирака. Поэтому приведем выдержки из его статьи «РЕЛЯТИВИСТСКОЕ ВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ ЭЛЕКТРОНА», опубликованной в журнале «Успехи физических наук» 1979 г. Август Том 129, вып. 4стр 682-691, в авторском изложении.

«Единственный разумный вывод, который отсюда можно сделать, состоит в том, что такая теория плохая. На этом я настаивал все время, но большинство физиков настроено на то, чтобы удовлетвориться такой теорией и работать с ней. Для этого есть некоторое оправдание, потому что в настоящее время у нас нет лучшей теории. Физики провели огромную работу с этой квантовой электродинамикой, как ее называют. Они заметили, что, несмотря на то, что все попытки решить уравнения всегда приводят к бесконечностям, с этими бесконечностями можно управиться определенным образом. В частности, Лэмбом было показано, что бесконечности можно устранить с помощью процесса перенормировки. Перенормировка означает, что вы предполагаете, что параметры, появляющиеся в первоначальных уравнениях, не совпадают с физически наблюдаемыми величинами. Общая идея перенормировок совершенно разумна физически, но тот способ, которым она используется здесь, неразумен, поскольку множитель, связывающий первоначальные

параметры с новыми их значениями, бесконечно большой. Тогда это уже совсем не математически осмысленная процедура!» И это сказано человеком, который внес наиболее заметный вклад в развитие квантовых дисциплин!? Эйнштейн заметил: «Математика — единственный совершенный метод, позволяющий провести самого себя за нос.»

Чтобы не остаться с носом придется начать, как это ни тяжело, с нуля. Итак Шредингер предложил свое волновое уравнение в надежде доказать что квантовая механика бред и так не бывает, что сделало последнюю незыблемой твердыней, а само уравнение Шредингера, как это ни странно, стало ее фундаментом. Следовательно, квантовые дисциплины, по сути, волновые теории и уходят корнями в классическую теорию волн. Поэтому, не торопясь, рассмотрим решения классического волнового уравнения.

Итак, классическое решение волнового уравнения

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}; \quad (1)$$

только при начальных условиях

$$\begin{aligned} \psi_{(x,0)} &= f_{(x)}; \\ \psi'_{(x,0)} &= F_{(x)}; \end{aligned} \quad (2)$$

, означающих начальное положение колеблющегося тела, имеет вид

$$\psi_{(x,t)} = \phi_{(x-vt)} + \varphi_{(x+vt)}; \quad (3)$$

здесь $\phi_{(x-vt)}, \varphi_{(x+vt)}$ как минимум дважды дифференцируемые функции, в которых независимые переменные достаточно заменить на выражения $(x-vt)$ или $(x+vt)$ и все!

В частности решением будет бесконечная плоская волна

$$\psi = Ae^{i(x-vt)}; \quad (4)$$

Эта же функция будет решением волнового уравнения когда область распространения волны ограничена, например при закрепленных концах струны. Более того любое решение волнового уравнения (1) при начальных условиях (2) можно представить в виде интеграла (ряда) Фурье по функциям (4).

$$\psi = \int Ae^{i(x-vt)} d(x-vt); \quad (5)$$

Кажется что (4) есть универсальное решение волнового уравнения, но это не так. Добавим к начальным условиям (2) дополнительное условие, вытекающее из следующих соображений.

Опыт показывает, что в природе существуют отдельные конечные волны. Например, бросив в воду камень, мы видим, что на поверхности воды может образоваться только одна, ограниченная по длине, волна. Такие волны обычно называют солитонами и изучают их с помощью других уравнений, но оказывается такие волны можно изучать, оставаясь в рамках только классического волнового уравнения (1). Поэтому добавим к начальным условиям (2) требование чтобы решение уравнения было ограничено некоторым фиксированным размером R . Символически запишем наши требования в виде.

$$\begin{aligned} \psi_{(x,0)} &= f_{(x)} \\ \psi'_{(x,0)} &= F_{(x)}; \\ \psi_{(x,t)} &= \phi_{(x \pm vt)} + \varphi_{(x \pm vt)} \\ \varphi^2 &\leq R^2 \end{aligned} \quad (6)$$

Последние два требования означают, что к классическому решению нужно добавить решения с ограниченной длиной, не превышающей некоторую постоянную - R . Теперь решения волнового уравнения можно например записать в виде.

$$\begin{aligned}\psi_1 &= \phi_{(x-vt)} + \varphi_{(x-vt)} = Ae^{i(x-vt)} + \sqrt{R^2 - \varphi_{(x-vt)}^2}; \\ \psi_2 &= \phi_{(x-vt)} - \varphi_{(x-vt)} = Ae^{i(x-vt)} - \sqrt{R^2 - \varphi_{(x-vt)}^2};\end{aligned}\quad (7)$$

Расщепление решения на две функции происходит из-за неоднозначности квадратного корня, поэтому общее решение проще всего записать в виде двухрядного вектора столбца.

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}; \quad (8)$$

Отметим что компоненты выражения (8) не являются компонентами вектора в обычном понимании ибо, вектор есть

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 = \phi_1 + \phi_2; \quad (9)$$

что неприемлемо, так как при этом решение $\varphi_{(x-vt)}$ сокращается.

Теперь закономерно возникает вопрос, имеют ли смысл решения (7), (8) в квантовой механике? Нет никаких сомнений что да.

Начнем с того, с чего все началось. Из теории Максвелла следовало, что свет это электромагнитная волна, так как теория Максвелла приводит в электродинамике к волновому уравнению (1). Его решение в виде электромагнитной волны (4) и есть свет. Но опыт показал наличие у света и корпускулярных свойств. Планк и Эйнштейн энергию и импульс этих корпускул выразили в виде

$$\begin{aligned}E &= \hbar\omega \\ P &= \hbar\omega / c\end{aligned}; \quad (10)$$

здесь E, P энергия и импульс, \hbar, ω - постоянная Планка и циклическая частота волны света.

Однако они умолчали о природе этих корпускул или фотонов, как в дальнейшем они были названы. Таким образом, свет был наделен волновыми и корпускулярными свойствами одновременно. Этот вывод показался настолько обескураживающим что Планк и Эйнштейн не стали вдаваться в подробности природы этого явления. Но выражение (7) по сути является носителем как волновых так и корпускулярных свойств. Первую его часть

$$\phi = Ae^{i(x-ct)}; \quad (7.1)$$

можно назвать волновой частью, а вторую часть

$$\varphi^2 = R^2 - f_{(x-ct)}^2; \quad (7.2)$$

можно назвать корпускулярной частью (f -произвольная функция $(x-ct)$). Таким образом, выражения (7) являются, по смыслу, математическим выражением корпускулярно-волнового дуализма для света. В простейшем случае функцию f можно записать в виде

$$f^2 = R^2 - (x-ct)^2 - (y-ct)^2 - (z-ct)^2; \quad (11)$$

Это уравнение шара радиуса R движущегося со скоростью света – то есть корпускулы.

Заменяя в уравнениях (7.1) и (7.2) c - скорость света на v -скорость микрочастицы мы должны были бы получить выражение для корпускулярно-волнового дуализма микрочастиц. Но увы не все так просто. У частиц есть масса и уравнения, описывающие движения микрочастиц должны содержать эту массу. Массу в уравнения движения можно ввести из следующих соображений. Волновое уравнение для электромагнитных волн является релятивистским, то есть удовлетворяет требованиям специальной теории относительности.

Поэтому уравнение для микрочастиц, содержащее их массу, также должно быть релятивистским. Проще всего использовать для такого уравнения, введя массу покоя частицы $-m$, релятивистское соотношение между энергией и импульсом свободной частицы.

$$E^2 = P^2c^2 + m^2c^4; \quad (12)$$

Далее, вводя волновой вектор $-k = \omega / c$, циклическую частоту- ω и радиус вектор r , пишем уравнение плоской волны

$$\phi = Ae^{i(kr-\omega t)}; \quad (13)$$

Согласно (10) его можно записать в виде

$$\phi = Ae^{i\left(\frac{P}{\hbar}r - \frac{E}{\hbar}t\right)}; \quad (14)$$

Теперь, просто подставляя это выражение в волновое уравнение, можно понять, что это выражение есть решение релятивистского уравнения Гордона-Клейна, которое пишут в виде

$$\left(\frac{\partial^2}{c^2\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} + \frac{m^2c^2}{\hbar^2}\right)\psi = 0; \quad (15)$$

Волновая часть функции ψ , то есть ϕ (см.,14) удовлетворяет этому уравнению, но ему не удовлетворяет корпускулярная часть $\phi^2 = R^2 - f_{(kr-\omega t)}^2$. Корпускулярная часть ограничена в пространстве, а это значит, что для нее несобственный интеграл по всему пространству конечен. Но тогда корпускулярную функцию можно разложить в интеграл (ряд) Фурье

$$\phi = \pm \int_{-\infty}^{\infty} Ae^{i\left(\frac{P}{\hbar}r - \frac{E}{\hbar}t\right)} dr dt; \quad (16)$$

и тогда такая функция также будет решением уравнения Гордона-Клейна. На этом можно было бы считать проблему исчерпанной, но остается вопрос каким образом разделить массу покоя частицы на две компоненты ϕ, ϕ общего решения? Следует иметь ввиду, что корпускулярная часть решения в правильной записи квадратичная. Тогда можно допустить, что и волновая часть решения в правильной записи также должна быть квадратичной. Но тогда и вся функция ψ в правильно написанном уравнении также должна быть квадратичной. Наиболее просто мы получим такое уравнение, возводя квадратичное, по сути, уравнение Гордона-Клейна в квадрат, получив волновое уравнение четвертого порядка.

$$\left(\frac{\partial^2}{c^2\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{m^2c^2}{\hbar^2}\right)^2 \psi^2 = \left(\frac{\partial^2}{c^2\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{m^2c^2}{\hbar^2}\right)^2 (\phi^2 + 2\phi\phi + \phi^2) = 0; \quad (17)$$

Запишем его в дифференциалах для функции ϕ^2

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} dr^2 - \frac{\partial^2}{\partial t^2} dt^2 + \frac{m^2c^4}{\hbar^2} dt\right)^2 \phi^2 = 0; \quad (18)$$

Подстановка (14) в это уравнение приводит к алгебраическому выражению

$$\frac{m^4c^8}{\hbar^4} dt^4 = \frac{P^4}{\hbar^4} dr^4 - 2\frac{P^2}{\hbar^2} \frac{E^2}{\hbar^2} dr^2 dt^2 + \frac{E^4}{\hbar^4} dt^4; \quad (19)$$

Далее, ввиду сложности строгих релятивистских уравнений, принимаем нерелятивистское приближение, в котором $E = mc^2$, так как в этом случае кинетическая энергия частицы много меньше ее энергии покоя. При этой замене получим

$$\frac{m^4c^8}{\hbar^4} dt^4 = \frac{P^4}{\hbar^4} dr^4 - 2\frac{P^2}{\hbar^2} \frac{m^2c^4}{\hbar^2} dr^2 dt^2 + \frac{E^4}{\hbar^4} dt^4; \quad (20)$$

Сократив на c^4 имеем

$$\frac{m^4c^4}{\hbar^4} dt^4 = \frac{P^4}{\hbar^4 c^4} dr^4 - 2\frac{P^2}{\hbar^2} \frac{m^2}{\hbar^2} dr^2 dt^2 + \frac{E^4}{\hbar^4 c^4} dt^4; \quad (21)$$

Фактически все выражения справа в (21) приводятся к знаменателю $1/\hbar^4 c^4$, но это уравнение четвертой степени, поэтому, извлекая из него корень четвертой степени, мы в конечном итоге придем к зависимости его членов от множителя $1/\hbar c$. Будем брать корень не прямо, а некоторым обходным путем. Если это допустимо то мы должны получить

некоторое выражение зависящее от $drdt$ и линейное по $1/\hbar c$, но разделив (21) на c/\hbar можно получить следующее.

$$\frac{m^4 c^3}{\hbar^3} dt^4 = \frac{1}{\hbar c} \left(\frac{P^4}{\hbar^2 c^4} dr^4 - 2 \frac{P^2}{\hbar^2} m^2 dr^2 dt^2 + \frac{E^4}{\hbar^2 c^4} dt^4 \right); \quad (21.1)$$

И наконец учитывая что $\hbar/P = \lambda$ есть волна де Бройля и разделив (21.1) на $1/\hbar c$ получим

$$\frac{m^4 c^3}{\hbar^3} \hbar c dt^4 = \frac{P^4}{\hbar^2 c^4} dr^4 - 2 \frac{P^2}{\hbar^2} m^2 dr^2 dt^2 + \frac{E^4}{\hbar^2 c^4} dt^4 = \frac{P^4}{\hbar^2 c^4} dr^4 - 2 \frac{m^2}{\lambda^2} dr^2 dt^2 + \frac{E^4}{\hbar^2 c^4} dt^4; \quad (22)$$

Обратим внимание на средний член справа $2 \frac{m^2}{\lambda^2} dr^2 dt^2$ - выражение по форме весьма близкое к гравитационному взаимодействию. Единственная неизвестная величина в (22) это масса частицы. Подберем ее так чтобы все уравнение (22) приобрело физический смысл. Естественно первоначально исходить из масс стабильных частиц, а их всего три - электрон, протон и нейтрон, последний условно стабилен, но все же его время жизни колоссально по сравнению с большинством частиц. Оказывается что

$$\frac{1838 m^4 c^3}{\hbar^3} = \frac{2}{\gamma}; \quad (23)$$

здесь m – масса электрона, $1838m$ – масса нейтрона, самое интересное что γ -гравитационная постоянная с точностью до размерности. Поэтому, взяв массу нейтрона, из (22) получаем

$$\hbar c 1838^3 dt^4 = -\gamma \frac{1838^2 m^2}{\lambda^2} dr^2 dt^2 + Q = -G \frac{1838^2 m^2}{\lambda^2} dr^2 + Q; \quad (24)$$

Первый член справа это гравитационная сила притяжения, правильной размерности, между двумя нейтронами на расстоянии волны де Бройля, в нерелятивистском приближении. Но гравитация это поле и поэтому можно заключить, что волновая компонента ϕ^2 общего решения формирует вокруг частицы поле. Масса частицы не входит в уравнения ее поля (поле может существовать и без массы – например, электромагнитная волна), поэтому можно считать что масса целиком должна входить в корпускулярную часть решения. Для проверки запишем (22) в виде

$$\frac{m^4 c}{\hbar^3} \frac{\hbar c^3}{1} dt^4 = \frac{P^4}{\hbar^2 c^4} dr^4 - 2 \frac{m^2}{\lambda^2} dr^2 dt^2 + \frac{E^4}{\hbar^2 c^4} dt^4; \quad (25)$$

Мы слева просто переставили местами c и c^3 . Разделим это выражение на $m^4 c/\hbar^3$ и прямо извлечем корень.

$$\sqrt{\frac{\hbar c^3}{1} dt^4} = \sqrt{2 \frac{P^2}{\hbar^2} \frac{m^2 \hbar^3}{m^4 c} dr^2 dt^2} = \sqrt{2} \frac{P}{\hbar} \sqrt{\frac{\hbar^3}{m^2 c}}; \quad (26)$$

Но при m равной массе электрона $\sqrt{\hbar^3/m^2 c} = e^2$ равно квадрату элементарного заряда, поэтому имеем право переписать (26) в виде

$$\sqrt{\frac{\hbar c^3}{2} dt^4} = \frac{P}{\hbar} \sqrt{\frac{\hbar^3}{m^2 c}} = \frac{e^2}{\lambda}; \quad (27)$$

Это выражение есть энергия кулоновского взаимодействия электронов на расстоянии волны де Бройля. Вновь получаем энергию поля для ϕ^2 , отметим, что в кулоновское взаимодействие масса частиц гарантировано не входит.

Опираясь на полученные результаты можно заключить, что волновая компонента квантовых решений есть поле частицы, корпускулярная компонента описывает движение самой частицы и содержит в частности, опосредованно, ее массу покоя.

Спектр энергий свободной частицы непрерывен и бесконечен, относительно различных наблюдателей, поэтому квантовое решение в этом случае должно быть записано в виде разложения в интегралы Фурье. Поэтому пишем

$$\psi_{(r,t)} = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{(kr-\omega t)} dr dt + \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{(kr-\omega t)} dr dt ; \quad (28)$$

Вообще-то говоря, с существующей точки зрения, это уравнение есть перенормировка волновой функции. По существу здесь складываются две бесконечные величины, но корпускулярная часть заведомо ограничена в пространстве и поэтому такая сумма, в конечном счете, оказывается конечной. Это выражение по существу легализует процесс перенормировки, перенося его из области математических фокусов в область осмысленных операций. Кто знает, возможно, такое объяснение удовлетворило бы и Дирака.

Но вернемся к его замечаниям. Вот что он пишет. «Большинство физиков было удовлетворено таким приложением уравнения Клейна — Гордона. Они говорили, что здесь мы уже имеем дело с хорошей релятивистской квантовой теорией. Но меня такое состояние дел совершенно не удовлетворяло, потому что не удавалось применить к этому уравнению теорию преобразований. Для применимости теории преобразований нужно работать с уравнением Шрёдингера, содержащим просто оператор d/dt , а не квадрат этого оператора, как в уравнении Клейна-Гордона. Теория преобразований стала моим любимым детищем, и меня не интересовала ни одна из теорий, которые не подходили для моего любимого творения ...

Таким образом, я должен был беспокоиться о проблеме создания релятивистской теории, которая была бы линейной по оператору d/dt . Линейность по d/dt была абсолютно необходима для меня; я просто не мог представить себе, что можно отказаться от теории преобразований.»

Не вдаваясь в подробности отметим, что развитие квантовой теории привело к необходимости отыскания линейного квантового уравнения. Дирак нашел его, прибегнув к весьма неочевидной операции. Возможно ли получить уравнение Дирака в рамках вышеизложенного?

Для ответа на поставленный вопрос, прежде всего, выясним возможный вид решения. Мы выяснили, что корпускулярная часть решения может быть записана вектором-столбцом с двумя компонентами φ_1, φ_2 для решения, зависящего от $(x-vt)$, но ведь есть решение, зависящее от $(x+vt)$, и оно в данном случае также окажется двухкомпонентным. Каким образом тогда писать корпускулярную компоненту φ ? Очевидно что в виде четырехкомпонентной функции.

$$\varphi = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \end{pmatrix} ; \quad (29)$$

Мы можем записать уравнение первого порядка по образцу уравнения Гордона-Клейна.

$$\left(i\hbar \frac{\partial}{c\partial t} - i\hbar \frac{\partial}{\partial r} + mc^2 \right) \varphi = 0 ; \quad (30)$$

Не говоря уже о том что оно не релятивистское, оно не имеет смысла уже потому что в нем по сути игнорируется многокомпонентность квантового решения (29). Чтобы эта многокомпонентность была учтена члены уравнения должны быть умножены на некоторые четырех-строчные матрицы, например

$$\left(\alpha_0 i\hbar \frac{\partial}{c\partial t} - \alpha_1 i\hbar \frac{\partial}{\partial r} + \alpha_2 mc^2 \right) \varphi = 0 ; \quad (31)$$

В этом случае это уравнение распадается на четыре уравнения, по числу компонент решения. Добавим условие, требующее чтобы при возведении в квадрат этого уравнения было получено релятивистское уравнение Гордона-Клейна. Просто возводя в квадрат уравнение (31) приходим к явному выражению для матричных элементов. Вот что по этому поводу пишет Дирак.

«...я продолжал работать над этой проблемой до конца 1927 г., и в какой-то мере случайно, “играясь” с математикой, пришел, наконец, к ее решению. Я заметил, что если взять матрицы $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, описывающие три компоненты спина в случае спина $\hbar/2$ в соответствии с общей теорией преобразований, то, образовав выражение

$$(\sigma_1 p_1 + \sigma_2 p_2 + \sigma_3 p_3)^2,$$

получим очень интересный результат, а именно:

$$p_1^2 + p_2^2 + p_3^2$$

Таким образом получалось нечто вроде квадратного корня для $p_1^2 + p_2^2 + p_3^2$

Теперь мне нужно было найти соответствующее выражение для квадратного корня из суммы четырех квадратов. У нас имеется сумма этих трех квадратов плюс массовый член. Выражение для квадратного корня из суммы четырех квадратов нельзя получить, работая лишь с тремя σ -матрицами (они называются матрицами Паули, потому что он построил теорию спина электрона с помощью этих матриц). В течение нескольких недель это было серьезным препятствием для меня, пока я не обнаружил, что в действительности нет никакой нужды в том, чтобы сохранять только два-на-два матрицы типа матриц σ . Можно перейти к матрицам типа четыре-на-четыре, и тогда легко получается выражение для квадратного корня из суммы четырех квадратов.

Это привело меня к уравнению

$$\left\{ i\hbar \left(\frac{\partial}{c\partial t} - \alpha_1 \frac{\partial}{\partial x_1} - \alpha_2 \frac{\partial}{\partial x_2} - \alpha_3 \frac{\partial}{\partial x_3} \right) + \alpha_4 mc \right\} \psi = 0$$

содержащему матрицы α , которые представляют собой четыре-на-четыре матрицы. Они подчиняются определенным алгебраическим соотношениям, в результате чего квадрат выписанного выше оператора в точности равен $p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + m^2 c^2$

Теперь мы имеем дело с волновым уравнением, которое удовлетворяет требованию линейности по оператору d/dt и потому к нему можно применить общую теорию преобразований, что, по моему мнению, весьма важно.»

Уравнение Дирака совпадает с (31), если в последнем положить $a_0 = 1$. Таким образом, деление квантовых решений на волновую и корпускулярную части, не приводит к противоречию с существующей теорией, но позволяет понять ее глубже.

Если принять что волновая часть ϕ описывает поле частицы, а корпускулярная часть φ свойства самой частицы, то остается объяснить член $-2\phi\varphi$ в уравнении (17). Очевидно, что он должен объяснять взаимодействие частицы со своим собственным полем. Так как обе компоненты могут быть представлены интегралами Фурье (см., 28), то произведение $2\phi\varphi$ можно понимать как интерференцию волн волновой и корпускулярной компонент. Именно наличие этого члена придает такое своеобразие поведению микрочастиц. В микромире мы не можем рассматривать частицы и их поле раздельно, они неразрывное целое.

Теперь попытаемся объяснить, непостижимое с классической точки зрения, явление интерференции микрочастиц. Исходим из того, что микрочастица окружена полем, сейчас неважно какой природы, и движется к стенке, в которой имеется две щели размером порядка длины волны де-Бройля, для данной микрочастицы. Поле движется быстрее частицы, значит именно оно первым приходит к этим двум щелям и, будучи по природе волновым, интерферирует на них. Результат интерференции поля микрочастицы влияет на движение

самой микрочастицы. Макроскопически это выглядит так, как будто интерферирует сама микрочастица, проходя сквозь обе щели одновременно независимо от расстояния между ними, и повергая в шок здравый смысл наблюдателя. Впрочем, согласно здравому смыслу, Земля плоская, и, следовательно, для истины здравый смысл не аргумент. Но все-таки описанный опыт наиболее загадочен и невообразим. Картина такая, что как будто кирпич влетает во все окна небоскреба одновременно, попробуйте представить себе это, тем более, если вы там ждете гостей. Но вероятно, что в этом опыте микрочастица играет, на самом деле, роль детектора интерференции собственного поля.

Не менее важен тот факт, что физическим смыслом обладают именно квадраты функций ϕ, φ . Поэтому независимо от их природы микрочастицы на самом микроскопическом уровне формируют структуры, имеющие как минимум одну ось симметрии, ведь значения $+\sqrt{\psi}, -\sqrt{\psi}$ симметричны, хотя бы относительно независимых переменных. Этим фактом объясняется бесчисленность примеров симметрии в природе. Снежинки, кристаллы и так далее, перечисление примеров симметрии в природе, вероятно, переживет саму природу. Проще говоря, из малых квадратиков нельзя выложить большой круг, ведь он не может быть разбит на конечные квадраты, если у вас все же это получилось то это не достижение, а диагноз.

Но если микрочастица на самом деле корпускула то она должна подчиняться и классическим законам физики, во всяком случае, в определенных масштабах. Эти масштабы можно определить из следующих соображений.

Между квантовой и классической физикой существует удивительная связь на самом абстрактном уровне. Наиболее общими физическими понятиями являются пространство и время. Поэтому введем функцию зависящую только от времени t и радиус вектора $r(t)$ некоторой точки пространства - $\psi(r(t), t)$. Бесконечно малое изменение этой функции во времени естественно описывать посредством полной производной по времени

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{\partial\psi}{\partial r} \frac{dr}{dt} + \frac{\partial\psi}{\partial t} = f(r(t), t); \quad (32)$$

Математически это неоднородное линейное дифференциальное уравнение. Его решением будет сумма частного решения неоднородного уравнения и общего решения однородного уравнения. Таким образом, полагая, что $dr/dt=v$ есть скорость, наиболее общим является однородное уравнение

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{\partial\psi}{\partial r} \frac{dr}{dt} + \frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{\partial\psi}{\partial r} v + \frac{\partial\psi}{\partial t} = L(r, v, t) = 0; \quad (33)$$

Опыт показывает, что в области классической физики необходимо задание трех величин r, v, t изменение которых описывает все последующее поведение классической точки. Это изменение опять же можно описать полной производной по времени, но уже функции- L .

$$\frac{dL}{dt} = \frac{\partial L}{\partial r} v + \frac{\partial L}{\partial r} \frac{dv}{dt} + \frac{\partial L}{\partial t} = \frac{d^2\psi}{dt^2} = 0; \quad (34)$$

Последнее выражение упрощается, если L не зависит от времени явно

$$\frac{dL}{dt} = \frac{\partial L}{\partial r} v + \frac{\partial L}{\partial r} \frac{dv}{dt} = 0; \quad (35)$$

Разделив его на v

$$\frac{d^2\psi}{v dt^2} = \frac{\partial L}{\partial r} + \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial r} = 0; \quad (36)$$

получаем с точностью до знака уравнение Лагранжа (или Ньютона в декартовых координатах). Но (34) можно записать как

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} = \left(\frac{\partial}{\partial r} \frac{dr}{dt} + \frac{\partial}{\partial t} \right)^2 \psi = 0; \quad (34.1)$$

И при

$$\psi = Ae^{i(kr+\omega t)} + Ae^{i(kr-\omega t)}; \quad (37)$$

получаем из (34)

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} = \frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} v^2 - \frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = 0; \quad (38)$$

классическое волновое уравнение. Таким образом, уравнение Лагранжа и волновое уравнение это две формы одного и того же уравнения. Разница между ними лишь в том, что уравнение Лагранжа применимо к рассмотрению движения точки. Волновое уравнение в принципе не может описать движение точки, зато оно может описать движение конечной области пространства. Микрочастица не может рассматриваться в отрыве от собственного поля. Но поле занимает некоторую область пространства. Поэтому движение микрочастицы принципиально не может быть сведено к движению точки и должно описываться в волновых терминах. Это отражено в математике квантовых уравнений.

Прежде всего, для свободной частицы как уравнение Шредингера

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} - i\hbar \frac{\partial\psi}{\partial t} = 0; \quad (39)$$

так и уравнение Дирака имеют только комплексное решение

$$\psi = A[\cos(kr - \omega t) + i \sin(kr - \omega t)]; \quad (40)$$

Комплексная функция одного переменного это отображение одного куса плоскости на другой кусок. Но что тогда означает комплексная функция во времени и пространстве? Ясно, что это отображение во времени одной области пространства на другую. Квантовые уравнения описывают движение областей пространства, а не классических точек. Главной особенностью такого движения есть способность к деформации описываемых движущихся областей пространства на микроуровне. В частности такой деформацией может быть интерференция поля частицы и, как следствие, классическая непредсказуемость частицы. Образно говоря, микрочастицы достигли наивысшей степени приспособляемости к внешним условиям, недостижимой на макроуровне.

Классическое и квантовое поля также имеют сходства, но различия более глубокие. В классической теории поля решения действительны. Поэтому в классической теории мы можем рассматривать поле как непрерывную субстанцию, окутывающую частицу. Однако, поместив в каждую точку пространства по частице, мы обнаружим, что энергия такого непрерывного поля должна быть бесконечна. Например, отдельная звезда должна быть разорвана полем остальных звезд Вселенной. Комплексное решение (40) предлагает следующий выход из этого тупика.

Назовем волны вида (40) комплексными векторами (чтобы отличать их от истинных волн), так как от комплексных чисел они отличаются наличием волнового вектора k , то есть направлением.

Рассмотрим ортогональные свойства комплексных векторов записанных в общей форме

$$A = a[\cos(x) + i \sin(x)]; \quad (41)$$

Оказывается что;

$$\int_{-\pi}^{\pi} [\cos(kx) + i \sin(kx)] \times [\cos(-lx) + i \sin(-lx)] \begin{cases} 0, k \neq l \\ \pi, k = l \end{cases}; \quad (42)$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} [\cos(kx) + i \sin(kx)] \times [\cos(lx) + i \sin(lx)] \begin{cases} 0, k \neq l \\ 0, k = l \end{cases}$$

k, l натуральные числа.

Пусть имеется функция f представляемая в виде ряда по комплексным векторам;

$$f = \sum_{k=1}^{\infty} a_k [\cos(kx) + i \sin(kx)]; \quad (43)$$

Тогда из (42) следует, что коэффициенты a_k могут быть вычислены по формуле;

$$a_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f [\cos(kx) - i \sin(kx)]; \quad (44)$$

В более общем виде эта формула может быть записана в виде;

$$a_k = \frac{1}{L} \int_{-\pi}^{\pi} f \left[\cos\left(\frac{kx\pi}{L}\right) - i \sin\left(\frac{kx\pi}{L}\right) \right] = \frac{e}{L}; \quad (45)$$

здесь e просто буква. Главное что коэффициент обратно пропорционален L -некоторому расстоянию, поэтому (41) можно написать в виде;

$$\begin{aligned} A &= \frac{e}{L} [\cos(x\pi / L) + i \sin(x\pi / L)] \\ A^* &= \frac{e}{L} [\cos(-x\pi / L) + i \sin(-x\pi / L)] \end{aligned}; \quad (46)$$

Образует комплексно сопряженное произведение векторов A и A^* ;

$$AA^* = \frac{e^2}{L^2}; \quad (47)$$

Сравнивая это выражение с законом Кулона для электростатического поля;

$$F = \frac{e^2}{L^2}; \quad (48)$$

видим, что произведение сопряженных комплексных векторов можно понимать как действительный вектор. Таким образом, комплексные вектора имеют реальный физический смысл. Скаляр $dA = Fdx$ как известно имеет смысл работы, поэтому выражение;

$$E = \int_{-L}^L Fdx = \int_{-L}^L AA^* dx; \quad (49)$$

должно иметь смысл энергии. Подставляя в (49) выражения (46) получим выражение

$$E = \int_{-L}^L AA^* dx = \frac{e^2}{L}; \quad (50)$$

совпадающее с уравнением энергии электростатического поля.

До сих пор мы рассматривали только сопряженные вектора, но оказывается что для пары не сопряженных векторов, но имеющих противоположные значения векторов x

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{Z_1 e}{2L} [\cos(x\pi / L) + i \sin(x\pi / L)] \\ A_2 &= \frac{Z_2 e}{2L} [\cos(-x\pi / L) + i \sin(-x\pi / L)] \end{aligned}; \quad (51)$$

то есть движущихся встречно, справедливо выражение

$$E_{12} = \int_{-L}^L A_1 A_2 dx = \frac{Z_1 e Z_2 e}{2L}; \quad (52)$$

совпадающее с уравнением для энергии зарядов $Z_1 e$, $Z_2 e$, Таким образом, произведение имеет физический смысл для любых комплексных векторов. Несмотря на аналогию, мы еще не можем прямо сопоставить комплексные вектора с электростатическим полем. Для этого нужно рассмотреть произведения комплексных векторов вида

$$\begin{aligned} A_3 &= \frac{Z_1 e}{2L} [\cos(x\pi / L) + i \sin(x\pi / L)] \\ A_4 &= \frac{Z_2 e}{2L} [\cos(x\pi / L) + i \sin(x\pi / L)] \end{aligned}; \quad (53)$$

Эти векторы параллельны и движутся в одном направлении. Оказывается что

$$E_{34} = \int_{-L}^L A_3 A_4 = 0; \quad (54)$$

Это выражение показывает, что энергия комплексных векторов равна нулю за пределами расстояния между зарядами, то есть когда векторы x параллельны. Уравнения (51), (54) являются математическим выражением того опытного факта что электростатическое поле сосредоточено между противоположными зарядами и почти отсутствует за их пределами. Поэтому мы вправе отождествить комплексные вектора с электростатическим полем. Но наиболее важны в нашем случае уравнения

$$E_{34} = \int_{-L}^L A_3 A_3 = \int_{-L}^L A_4 A_4 = 0; \quad (55)$$

утверждающие что энергия электростатического поля одиночных зарядов равна нулю, так как в эти уравнения входят комплексные вектора только одиночного заряда, а они всегда параллельны. Но если энергия поля равна нулю то можно считать что оно отсутствует полностью. Таким образом приходим к выводу, что у одиночного заряда классическое поле отсутствует.

На первый взгляд это может показаться опровержением всех наших рассуждений. Но оказывается, что этот парадоксальный на первый взгляд, результат дает ответ на самый каверзный вопрос в общей теории относительности. Суть этого вопроса сводится к следующему. Основным постулатом ОТО служит принцип эквивалентности поля гравитации некоторой неинерциальной системе отсчета. Из этого принципа, в частности, следует, что все тела, независимо от их природы, при свободном падении движутся в поле гравитации с одинаковым ускорением. Но согласно классической электродинамике этого не может быть. Ведь падение заряженного тела с ускорением приводит к излучению электромагнитных волн, и это излучение тормозит падение тела. Поэтому несложно прийти к выводу что нейтральные и заряженные тела одинаковой массы имеют различные ускорения свободного падения, а значит вся общая теория относительности неверна, так как нарушается ее фундаментальный постулат. Однако опыт показывает что ОТО дает ошибки не превышающие ошибок эксперимента и следовательно экспериментально не дает повода для сомнений в справедливости фундаментальных подходов ОТО, хотя не исключено что она может иметь ошибки, но более локального характера. Полученный здесь результат утверждает что у одиночного заряженного тела поля нет. Поэтому падение такого тела не приводит к тормозному электромагнитному излучению, и постулат ОТО верен. Вообще то мы не знаем заряжено тело или нет, не имея пробного контура, то есть как минимум второй частицы. Поэтому определение заряда это операция как минимум с двумя взаимодействующими частицами. Для взаимодействующих частиц постулат ОТО действительно неверен, но он на этот случай не распространялся изначально .

Комплексные векторы, в случае электродинамики, можно рассматривать как виртуальные фотоны. Таким образом, излагаемый взгляд не противоречит квантовой электродинамике, но вероятно ничего и не добавляет к ней. Большой интерес представляют результаты в области гравитации, но прежде чем перейти к ней нужно определить границы волновой и корпускулярной частей квантовых решений.

Ясно что корпускулярная часть φ должна быть определена в области пространства в которой волновая часть ϕ не определена, иначе обе эти части перекроют друг друга в

пространстве и станут неразличимы. Поэтому найдем область определения волновой части, явный вид функции которой известен

$$\phi = Ae^{i\left(\frac{P}{\hbar}r - \frac{E}{\hbar}t\right)}; \quad (14.1)$$

Так как мы должны одновременно найти и область определения корпускулярной части, то выразим энергию E и импульс P через массу m частицы. Причем, так как мы рассматриваем волновую часть, которая может быть релятивистской, то и все наши соотношения также должны быть релятивистскими. Используем релятивистские выражения

$$P = \frac{Ev}{c^2}; \quad (56)$$

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

С учетом (56) для пространственной части (14.1) получим следующее

$$r \frac{P}{\hbar} = r \frac{Ev}{c^2 \hbar} = \frac{mc}{\hbar} \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \frac{v}{c} r; \quad (57)$$

Это соотношение имеет более наглядный смысл в записи

$$r \frac{P}{\hbar} = r \frac{Ev}{c^2 \hbar} = \frac{cm}{\hbar \sqrt{1-v^2/c^2}} \frac{v}{c} r; \quad (58)$$

Здесь выражение

$$\frac{cm}{\hbar \sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{1}{\lambda_k}; \quad (59)$$

имеет смысл обратной «релятивистской» комптоновской длины λ_k для частицы массой m , с учетом релятивистского роста этой массы. Но одновременно это также и длина волны волновой части, а так как волна не определена в области меньшей собственной длины волны, то можно заключить, что корпускулярная часть функции определена в области «релятивистской» комптоновской длины. Комптоновская длина волны для протона это область порядка 10^{-12} см., экспериментальные данные свидетельствуют о том, что размеры протона не превышают 10^{-16} см., то есть не противоречат нашим выводам.

В нерелятивистской области частица должна быть заключена в области ее обычной комптоновской длины.

$$\lambda_c = \frac{2\pi\hbar}{cm}; \quad (60)$$

Заметим, что это выражение имеет смысл длины окружности комптоновского радиуса

$$r_c = \frac{\hbar}{cm}; \quad (61)$$

Опыт показывает, что к гравитации применимо классическое представление о поле как непрерывной субстанции окутывающей тело наподобие облака. Фотон в поле гравитации отклоняется независимо от пути и направления движения. Если бы подобное было возможно в электродинамике, то движение света в оптически прозрачных средах напоминало бы скорее броуновское движение. Но этого не наблюдается, это косвенно подтверждает, что электромагнетизм действует между точками пространства, а не во всем его объеме как гравитация. Из сказанного следует, что мы можем, хотя бы в первом приближении, прямо применять методы ОТО в квантовой области. В частности введем понятие гравитационного радиуса черной дыры для микрочастицы.

$$r_\gamma = \frac{2Gm}{c^2}; \quad (62)$$

Так как гравитационная постоянная может быть выражена через массу покоя нейтрона m_n ,

то можно допустить, что гравитация существует до тех пор, пока существует нейтрон, как структурная единица. И потому определим, сколько черных дыр нейтрона поместиться на его комптоновском радиусе.

$$N_r = \frac{r_c}{2r_\gamma} = \frac{\hbar c}{4Gm_n}; \quad (63)$$

Соответственно на сфере радиуса r_c поместиться следующее число нейтронных черных дыр

$$\frac{4\pi r_c^2}{\pi r_\gamma^2} = \frac{\hbar^2 c^2}{G^2 m_n^2} = 2.64 * 10^{+84}; \quad (64)$$

Проанализируем результат. Каждая черная дыра нейтрона находится на поверхности сферы с комптоновским радиусом, тогда в любом направлении найдется расстояние равное комптоновской длине волны нейтрона. Следовательно условие локализации нейтрона выполнено. Так как нейтроны упакованы вплотную друг к другу то их релятивистское движение исключено, и наше приближение справедливо. Слиться в одно целое они не могут, так как это запрещено принципом Паули. Приходим к выводу, что такое состояние нейтронов имеет право на существование. Но их число в таком образовании равно числу нуклонов во всей Вселенной. Эксперименты дают для числа нуклонов во всей Вселенной числа такого же порядка. Приходится признать, что таковой могла быть наша Вселенная до Большого Взрыва. Большой Взрыв просто разметал эти нуклоны по видимому пространству.

Рассмотрим описанное скопление нейтронных черных дыр подробнее. Так как их число равно числу частиц во Вселенной, то свободных частиц просто нет. Все частицы Вселенной упакованы в нейтронные черные дыры на поверхности сферы радиуса комптоновской длины нейтрона. Взаимодействовать эти черные дыры не могут, так как занимают минимально возможный объем пространства и принцип Паули запрещает им сливаться. Отсутствие взаимодействий это отсутствие времени. Время имеет смысл лишь при наличии взаимодействий. Для абстракций, например чисел или слов, время бессмысленно. Нуль останется нулем независимо от времени, оно для нуля бессмысленно. Поэтому описываемая сфера из нейтронных черных дыр имеет право быть названной «точкой нуля», но в физике и без того немало точек нуля. Первой строкой «Ветхого завета» является фраза: «*Вначале было Слово*». Так почему бы в дальнейшем не называть указанное скопление «начало слова».

Итак, в «начале слова» время не существует для частиц. Но поле этих частиц не может существовать без времени, так как является волновым по природе, ведь уравнение волны

$$\psi = Ae^{i(x-vt)}; \quad (4,1)$$

без времени невысказано. Поэтому поля частиц могут взаимодействовать. В итоге имеем конечную область пространства для частиц и время для их поля. Нейтроны в паре кроме изменения пространственных координат могут менять ориентацию спина, лишь бы суммарный их спин оставался неизменным. В рассматриваемом случае нейтроны могут менять лишь свой спин, грубо говоря, остается возможность их вращения на поверхности сферы. Но вращение можно рассматривать как зависимость координат от времени. Поэтому состояние «начала слова» можно описывать функцией времени и параметрически зависимо от времени пространства, то есть $\psi(r(t), t)$, здесь t время $r(t)$ пространство. Так как в окружающем пространстве ничего нет, а стало быть ничего не происходит, то для внешнего абстрактного наблюдателя эта функция равна нулю.

$$\psi(r(t), t) = 0; \quad (65)$$

Но в реальности она существует, поэтому ее отсутствие для окружающего мира корректнее писать в виде.

$$\psi(r(t), t) - \psi(r(t), t) = 0; \quad (66)$$

Исключительная сложность этого выражения способна вызвать лишь улыбку, но другого не дано. Взаимодействие в такой системе в бесконечно малый промежуток времени естественно описывать производной по времени

$$\frac{d}{dt}[\psi(r(t), t) - \psi(r(t), t)] = 0; \quad (67)$$

равной

$$\left[\frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{dr}{dt} + \frac{\partial \psi}{\partial t} \right] - \left[\frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{dr}{dt} + \frac{\partial \psi}{\partial t} \right] = 0; \quad (68)$$

Однако такие взаимодействия ничего кроме изменения спина нейтронов не дают. Допустим, что квантовые флуктуации, по неясным пока причинам, способны вызывать другие взаимодействия, которые придется описывать уже второй производной по времени, хотя бы для отличия, тогда введя скорость $v = dr / dt$ имеем

$$\frac{d^2}{dt^2}[\psi - \psi] = \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} v^2 + 2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial r \partial t} v + \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \right) - \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} v^2 + 2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial r \partial t} v + \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \right) = 0; \quad (69)$$

Вариантом перестановки членов в последнем уравнении может быть

$$\frac{d^2}{dt^2}(\psi - \psi) = \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} v^2 - \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} v^2 \right) = 0; \quad (70)$$

где в скобках стоят обычные волновые уравнения, а это уже не так уж и смешно. Далее обозначив

$$L(r(t), v, t) = \left[\frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{dr}{dt} + \frac{\partial \psi}{\partial t} \right] = \frac{d\psi}{dt}; \quad (71)$$

И беря производную от разности функций $L(r(t), v, t)$ по времени, мы должны получить аналог (70)

$$\frac{d^2}{dt^2}(\psi - \psi) = \frac{d}{dt}(L - L) = \left(\frac{\partial L}{\partial r} v + \frac{\partial L}{\partial v} \frac{dv}{dt} + \frac{\partial L}{\partial t} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial r} v + \frac{\partial L}{\partial v} \frac{dv}{dt} + \frac{\partial L}{\partial t} \right) = 0; \quad (72)$$

Переставим члены последнего уравнения в виде

$$\frac{d^2}{dt^2}(\psi - \psi) = \left(\frac{\partial L}{\partial r} v - \frac{\partial L}{\partial v} \frac{dv}{dt} \right) + \left(\frac{\partial L}{\partial v} \frac{dv}{dt} - \frac{\partial L}{\partial r} v \right) = 0; \quad (73)$$

И наконец разделив последнее на v получим

$$\frac{d^2(\psi - \psi)}{v dt^2} = \left(\frac{\partial L}{\partial r} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial v} \right) + \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial v} - \frac{\partial L}{\partial r} \right) = 0; \quad (74)$$

Здесь в скобках стоят уравнения Лагранжа.

Вышесказанное означает, что при развале «начала слова», его части будут взаимодействовать согласно волновым уравнениям и уравнениям Лагранжа. Опыт показывает, что волновые уравнения ответственны за поведение полей, а уравнения Лагранжа за поведение вещества. Следовательно, развал начального состояния порождает поля и вещество. Таким образом, законы природы заложены в самый первоначальный миг ее существования.

Причиной Большого Взрыва, описанного скопления «нейтронных черных дыр», могло стать возмущение, вызванное квантовой нестабильностью. Это возмущение имеет право быть названным «первородной гримасой» взрыва пространства-времени, но «на свете есть

столь серьезные вещи, что говорить о них можно только шутя. Н.Бор», поэтому достойнее назвать это событие «улыбкой пустоты».

Возможно, давным-давно улыбка точки озарила одиночество мрака и пустоты, и осталось лишь ...

*В одном мгновении видеть вечность, огромный мир — в зерне песка.
У. Блейк*

*Такого рода мысли могут сильно подорвать устойчивость вашей психики,
особенно если вы большую часть жизни занимались гносеологией
и добывали экстракт из семян конопли.
“Моя жизнь после смерти”
Роберт Аилсон.*

Литература

1. Ветхий завет.
2. *П.А.М Дирак* Релятивистское волновое уравнение электрона (рус.) // *Успехи физических наук.* — 1979. — В. 4. — Т. 129. — С. 681-691.
http://ufn.ru/ufn79/ufn79_8/Russian/r798e.pdf
3. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. В 10 т. Тома I-IV. Наука. 1988-1989
4. *Фейнман Р.* Квантовая электродинамика. ИО НФМИ. 1998
5. *Д.И.Блохинцев.* Основы квантовой механики. Наука. 1988
6. *А.И. Сметанников.* Волна? Частица?! Поле!, Квантовая магия., том 8, 2101, 2011 г.
<http://quantmagic.narod.ru/volumes/VOL822011/p2101.html>