

Волна? Частица?! Поле!

А.И. Сметанников

E-mail: aic61@yandex.ru

(Получена 1 февраля 2011; изменена 15 марта 2011; опубликована 15 апреля 2011)

При ретроспективном обзоре истории квантовой механики обнаруживается решение ее уравнений, которое осталось без должного внимания. Приведенный здесь анализ этого решения может в перспективе оказать влияние на дальнейшее развитие квантовых дисциплин.

Самое удивительное в том, насколько все это не имеет значения. Большинство физиков использует квантовую механику в повседневной работе, не заботясь о фундаментальных проблемах ее интерпретации. Будучи здравомыслящими людьми, имеющими очень мало времени на то, чтобы успевать следить за новыми идеями и данными в своей собственной области, они совершенно не тревожатся по поводу всех этих фундаментальных проблем. Недавно Филип Канделас (с физического факультета Техасского университета) ждал вместе со мной лифт, и разговор зашел о молодом теоретике, подававшем надежды на старших курсах и затем исчезнувшем из вида. Я спросил Фила, что помешало бывшему студенту продолжать исследования. Фил грустно покачал головой и сказал: «Он попытался понять квантовую механику».

— *Стивен Вайнберг, «Мечты об окончательной теории»*

Вот ведь как бывает. Если вы зрелый теоретик, то вам не дано понять квантовую механику на ее современном уровне развития, а вот если новичок, тогда дерзайте. Если новичок, то логично обратиться к ее истокам. Лучше всего к свидетелям ее становления и формирования, а также и создания. Здесь оказываются полезными автобиографические воспоминания, пожалуй, наиболее самокритичного отца квантовой механики П.А.М.Дирака. Поэтому приведем выдержки из его статьи «РЕЛЯТИВИСТСКОЕ ВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ ЭЛЕКТРОНА», опубликованной в журнале «Успехи физических наук» **1979 г. Август Том 129, вып. 4 стр 682-691**, в авторском изложении, с целью выделить наиболее ключевые моменты создания квантовой механики для их попутного и последующего анализа.

«Перед началом того периода, о котором я буду рассказывать, т. е. в начале 20-х годов, мы переживали период разочарования. В нашем распоряжении была теория боровских орбит. Она достаточно успешно применялась к нескольким простым проблемам, в основном к тем, где только один электрон играл важную роль... Я провел два года в этом периоде разочарования, а два года достаточно длинный срок для того, чтобы полностью понять это чувство. Я осознал полную безнадежность ситуации и испытывал беспокойство по поводу того, удастся ли когда-нибудь реально продвинуться по пути действительного понимания атомной механики. И вдруг положение было внезапно изменено Гейзенбергом в 1925 г. Его идея, действительно, была блестящей. Он ввел в физику идею о некоммутативной алгебре. Эта мысль была наиболее озадачивающей и весьма неожиданной... Я думаю, что вряд ли

когда-либо ранее в физике была такая ситуация, чтобы уравнения были выписаны до того, как стал известен общий путь их интерпретации. Но именно так случилось в этот раз.»

Заметим, что некоммутативная алгебра сдвинула ситуацию с мертвой точки.

Далее Дирак вспоминает. «Путь к общей интерпретации был облегчен некой другой работой, которая была независимо проделана Шрёдингером. Шрёдингер работал совершенно независимо от Гейзенберга и в начале своей деятельности вообще ничего не знал о работе Гейзенберга. Шрёдингер работал с уравнением де Бройля. Это было волновое уравнение

$$\left(\frac{\partial^2}{c^2 \partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} + \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \right) \psi = 0 ; \quad (2)$$

Де Бройль предложил это уравнение просто потому, что он заметил интересную связь между его решением и релятивистским движением частицы. Если обозначить через p_r три компоненты импульса, а $p_0 = W/c$, то $p_\mu \psi$ соответствует $i\hbar \partial \psi / \partial x^\mu$. При такой связи между волнами и импульсом частицы получалась релятивистская теория. Де Бройль постулировал, что волны связаны с движением частицы. Он сделал это до того, как Гейзенберг сформулировал свою квантовую механику. Это было в 1924 г.»

Оказывается, волны были изначально постулированы, другие решения не рассматривались вообще.

« Я читал статью де Бройля, но не воспринял волны серьезно. Я считал, что эти волны были всего лишь математическим курьезом, не имеющим никакого физического смысла. И тут я был неправ. А Шрёдингер действительно отнесся к волнам серьезно... Он попытался догадаться о правильном способе изменения уравнения (2) де Бройля, учитывающем требования теории относительности. И ему удалось придумать такое уравнение:

$$\left[\left(i\hbar \frac{\partial}{c \partial t} + \frac{e}{c} A_0 \right)^2 - \left(i\hbar \frac{\partial}{\partial x_1} - \frac{e}{c} A_1 \right)^2 - \left(i\hbar \frac{\partial}{\partial x_2} - \frac{e}{c} A_2 \right)^2 - \left(i\hbar \frac{\partial}{\partial x_3} - \frac{e}{c} A_3 \right)^2 - m^2 c^2 \right] \psi = 0 ; \quad (3)$$

Это уравнение сводится к предыдущему уравнению (2), если электромагнитные потенциалы A_μ положить равными нулю. Насколько мне известно, получение этого уравнения из уравнения де Бройля было всего лишь результатом догадки Шрёдингера.

Когда Шрёдингер получил это уравнение, первое, что он сделал, конечно, было применение его к задаче об электроны в атоме водорода. Он вычислил уровни энергии водорода и получил неверный результат. Причина, из-за которой он пришел к неверному ответу, заключалась в том, что его уравнение не учитывало спина электрона...

Шрёдингер ничего не знал об этом. Он обнаружил, что его волновое уравнение приводило к результатам, не согласующимся с опытом, и был очень разочарован этим. На некоторое время он даже оставил работу.

Однако несколькими месяцами позже он вновь вернулся к ней и тут заметил, что если бы он поубавил свои претензии и просто записал свое уравнение в нерелятивистской форме, то, применив его к конкретным задачам, он пришел бы к результатам, совпадающим с наблюдаемыми всюду, кроме тонкой структуры водородного спектра, которая зависит от релятивистских поправок. В отсутствие магнитного поля уравнение Шрёдингера в нерелятивистском приближении записывается следующим образом:

$$i\hbar \frac{\partial}{c \partial t} \psi = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} \right) - \frac{e}{c} A_0 \right] \psi ; \quad (4)$$

При использовании уравнения в такой нерелятивистской форме получались результаты, согласующиеся с данными об энергетическом спектре водорода. Помимо дискретного

спектра, описывающего спектр линий водорода, получался и непрерывный спектр, соответствующий рассеянию электрона на ядре атома водорода.

После этого успеха, этого ограниченного успеха Шрёдингера, получились две квантовые теории. Одна, основанная на волновом уравнении Шрёдингера, и вторая — теория Гейзенберга.

Я помню, что когда я впервые услышал об этих двух квантовых теориях, я почувствовал заметное раздражение. Если у нас есть одна хорошая теория, то в действительности это все, чего мы хотим. Но тут было что-то слишком много, изобилие богатства. Однако вскоре Шрёдингер показал, что эти две теории на самом деле эквивалентны.»

Итак Шредингер на основании волнового уравнения де Бройля (здесь и далее мы будем придерживаться терминологии Дирака, мы считаем что он имеет на это право) из стремления получить верные результаты получил свое уравнение и назвал его волновым, а как бы вы его назвали на его месте. И тут начинается весьма интересная ситуация.

Ведь на самом деле уравнение Шредингера не волновое. Решение уравнения де Бройля можно написать в виде

$$\psi = \text{Re}(Ae^{i(\omega t - kr)}) = A \cos(\omega t - kr) ; \quad (5)$$

И это действительно будет волна. Но проблема заключается в том что свободное уравнение Шредингера, без величины eA_0/c

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} \right)_0 \right] \psi ; \quad (4.1)$$

не допускает такого решения. Его решением является

$$\psi = Ae^{i(\omega t - kr)} = A \cos(\omega t - kr) + iA \sin(\omega t - kr) ; \quad (6)$$

только комплексная величина, чувствуете разницу. В уравнении Шредингера мы принципиально не можем опустить мнимую часть и потому оно не волновое. Уравнение Шредингера это уравнение только комплексного переменного, по-видимому, оно вообще не имеет действительных решений. Так что квантовая механика нечто отличное от волновой теории.

«В результате работы Шрёдингера появилось новое понятие, волновая функция ψ , которая существенно помогла при физической интерпретации теории. Было обнаружено, что если вы возьмете ψ и правильно нормируете ее, то $|\psi|^2$ даст вам вероятность нахождения частицы в пространстве.»

Но функцию (6) лишь условно можно назвать волновой.

«Идея введения некоммутативности послужила ключом к построению новой механики, избавившей нас от той неудовлетворенности, которую мы ощущали все предыдущие годы. В итоге за этим последовал период огромной активности физиков-теоретиков. Огромная активность сопровождалась огромным возбуждением. Было так много работы по развитию новых идей и осознанию того, как уравнения старой механики переходят в новую теорию. Новые результаты получались очень легко, и при этом была большая убежденность в том, что мы действительно куда-то продвигаемся. Можно было развивать общие основы новой теории, а также применять ее к конкретным задачам и разрабатывать ее уравнения.»

В итоге на коренное различие между волновой и квантовой теориями никто не обратил внимания.

А Дирака ожидал заслуженный триумф. Вот как он описывает его историю.

«Мне удалось развить общую теорию преобразований, и это доставило мне большое удовлетворение. Я считаю, что из всех работ, которые я сделал за свою жизнь, именно эта работа принесла мне наибольшее удовлетворение... Но у этой теории была и одна плохая особенность. Она состояла в том, что теория была нерелятивистской... Таким образом, перед

нами встала проблема такой модификации теории, которая бы сделала теорию, релятивистской... Согласно Эйнштейну теория должна быть полностью симметрична по отношению ко времени и трем пространственным координатам. Но вы, видите, что здесь нет такой симметрии. В уравнении (1) стоит $\partial/\partial t$ без соответствующих $\partial/\partial x_1, \partial/\partial x_2, \partial/\partial x_3$. В уравнении Шрёдингера (4) есть $\partial/\partial t$, но нет соответствующих операторов дифференцирования по пространственным координатам. Таким образом, перед нами встала проблема такой модификации теории, которая бы сделала теорию, релятивистской...

Большинство физиков пыталось решить эту проблему путем возвращения к уравнению (3), обобщенному уравнению де Бройля. Это — релятивистское уравнение. Впервые оно было предложено Шрёдингером, но он не опубликовал его, потому что вытекающие из этого уравнения результаты не согласовались с данными эксперимента о спектре водорода. Независимо оно было переоткрыто Клейном и Гордоном, они и опубликовали его. Их не смутило расхождение с опытом. Так это уравнение стало известно теперь как уравнение Клейна — Гордона. Конечно, его следовало бы назвать уравнением Шрёдингера, но у Шрёдингера не хватило мужества опубликовать его...

Большинство физиков было удовлетворено таким приложением уравнения Клейна — Гордона. Они говорили, что здесь мы уже имеем дело с хорошей релятивистской квантовой теорией. Но меня такое состояние дел совершенно не удовлетворяло, потому что не удавалось применить к этому уравнению теорию преобразований...

Таким образом, я должен был беспокоиться о проблеме создания релятивистской теории, которая была бы линейной по оператору $\partial/\partial t$. Линейность по $\partial/\partial t$ была абсолютно необходима для меня; я просто не мог представить себе, что можно отказаться от теории преобразований. Видите ли, используя теорию преобразований, вы можете вычислить также вероятность того, что частица обладает заданным импульсом. Вы не смогли бы сделать это, исходя из уравнения Клейна — Гордона...

Это привело меня к уравнению

$$\left\{ i\hbar \left(\frac{\partial}{c\partial t} - a_1 \frac{\partial}{\partial x_1} - a_2 \frac{\partial}{\partial x_2} - a_3 \frac{\partial}{\partial x_3} \right) + a_4 mc \right\} \psi = 0 ; \quad (6)$$

содержащему матрицы a , которые представляют собой четыре-на-четыре матрицы. Они подчиняются определенным алгебраическим соотношениям, в результате чего квадрат выписанного выше оператора в точности равен $p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + m^2 c^2$.»

По существу Дирак извлек матричным способом квадратный корень из уравнения Клейна-Гордона. И это величайшая заслуга Дирака, несмотря на его собственную ее недооценку. Вы спросите зачем было переписывать его статью здесь. В ней, по-видимому, весьма объективно описана история становления квантовой механики.

Но история становления квантовой механики, как впрочем любая история, содержит и историю ее ошибок. Выше было показано что уравнение Шрёдингера вовсе не является волновым, хотя и было выведено из волнового уравнения де Бройля.

Волновое уравнение вообще может иметь не волновое решение. Например, волновое уравнение, записанное в наиболее общем виде

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} ; \quad (7)$$

имеет решение называемое волной при условии, что оно разлагается в интеграл Фурье на плоские волны вида

$$\psi = \int (A^* \cos(\omega t - kr) + A \sin(\omega t - kr)) dr dt ; \quad (8)$$

Но волновое уравнение имеет решение

$$\psi = (\omega t - kx)^2 + (\omega t - ky)^2 + (\omega t - kz)^2 = R^2 ; \quad (9)$$

при условии $\omega = vk, v = const$. Это решение есть уравнение сферы (шара в более общей форме), движущегося со скоростью v . Уравнения сферы и шара невозможно разложить в интеграл Фурье, чтобы в итоге получить разложение на волны. То есть решение (9) на волны не разлагается, а значит, волновое уравнение имеет не волновые решения. А на что похожи сфера и шар? При малом диаметре на микрочастицу. Уравнение Шредингера также имеет не волновое решение, так что же оно на самом деле описывает? Голые шарики-микрочастицы с радиусом волны де Бройля, вот что первое приходит на ум. Но это не так. Опыт показывает что некоторые микрочастицы, по-видимому, вообще не имеют размера, например электроны. Во всяком случае, размер электронов исчезающе мал, по сравнению с размером, который можно получить из уравнения Шредингера, в частности, волны де Бройля, поэтому разберемся не торопясь. Мы выяснили, что уравнение Шредингера это уравнение исключительно комплексного переменного, однако можно возразить, что уравнение Дирака имеет волновые решения. Но это не так. Уравнение Дирака принципиально не может иметь волновые решения. Это даже более очевидно чем в случае уравнения Шредингера. Перепишем уравнение Дирака в виде

$$\left\{ i\hbar \left(\frac{\partial}{c\partial t} - a_1 \frac{\partial}{\partial x_1} - a_2 \frac{\partial}{\partial x_2} - a_3 \frac{\partial}{\partial x_3} \right) \right\} \psi = a_4 mc\psi ; \quad (6.1)$$

Элементы матрицы a_4 действительные числа, величина mc также действительна. Если допустить что ψ действительная функция то выражение $a_4 mc\psi$ также действительная величина, но тогда выражение слева в (6.1) также должно быть действительной величиной, что невозможно так как оно во первых умножено на комплексную величину $i\hbar$. Во вторых если мы попытаемся записать функцию ψ в виде линейных комбинаций функций \cos, \sin то есть как $\psi = \sum (A \cos px + A \sin px)$, здесь p, x четырехмерные вектора в пространстве Минковского, то первые производные по времени и координатам в итоге дадут линейную комбинацию $\varphi = \sum (A \cos px - A \sin px)$ не совпадающую с первоначальной. Это означает, что левую и правую части мы не сможем сократить на ψ и уравнение вообще невозможно будет решить. Таким образом свободные уравнения Шредингера и Дирака не имеют волновых решений!?

Так что же это за решения. Они могут быть только комплексными. А что это означает? В одномерном случае функция комплексного переменного, по определению, это отображение куска плоскости Q на кусок плоскости G . Так как мы имеем дело с временем то эти отображения через бесконечно малые интервалы времени ∂t повторяются. В итоге за промежуток времени t мы имеем дело с серией отображений Q_1, Q_2, \dots, Q_b на G_1, G_2, \dots, G_t . Проинтегрировав обе серии по промежутку времени $0-t$ мы в итоге получим отображение геометрического тела с поперечными сечениями Q_1, Q_2, \dots, Q_b на другое геометрическое тело с поперечными сечениями G_1, G_2, \dots, G_t . Тело это область пространства ограниченная замкнутой поверхностью. Можем ли мы получить замкнутую поверхность из уравнений квантовой механики. В общем случае нет, не можем. Но оказывается, постулат ее интерпретации требует отбора решений только в виде замкнутых поверхностей. Вот как этот механизм реализован. Для квантовой механики фундаментальную роль играет не сама волновая функция, а ее квадрат. Так как волновая функция комплексна то она аналитическая. Но аналитическая функция в круге $|z - z_0| < R$ разлагается в сходящийся к ней степенной ряд по степеням $|z - z_0|$. В квантовой механике это означает что

$$\psi = \sum_{i=0}^{\infty} c_i (px - px_i)^i ; \quad (10)$$

Теперь какова бы ни была природа коэффициентов c_i квадрат функции равен

$$\psi^2 = \left[\sum_{i=0}^{\infty} c_i^2 (px - px_i)^i \right]^2 = \sum_{i=0}^{\infty} c_i^2 (px - px_i)^{2i} + Q ; \quad (11)$$

Здесь Q произведения членов с разными нижними индексами. Соответствующим выбором координат их зачастую, а быть может всегда, можно обратить в нуль. В этом случае имеем

$$\phi = \psi^2 = \sum_{i=0}^{\infty} c_i^2 (px - px_i)^{2i} ; \quad (12)$$

Но полином, состоящий только из четных степеней образует замкнутую поверхность, и следовательно тело. Более того оно обязательно имеет ось симметрии, так как функция ϕ имеет как квадратичная, например относительно оси x , два значения $y = \sqrt{\phi} = \pm f(x)$. В свою очередь тела симметричные относительно какой либо оси невозможно разложить в интеграл Фурье относительно этой оси, следовательно ни в виде волны ни в виде суперпозиции волн такие функции представить невозможно. Круг замкнулся в рамках самой квантовой механики, без всяких с ней противоречий. Создатели квантовой механики, видимо сами не ведая того, по сути постулировали решения свободных уравнений в виде симметричных тел, которые назовем квантовыми телами.

Ясно, что формулировать уравнения для описания движения областей пространства логичнее в кватернионах. Любопытно, что уравнение Дирака допускает прямую запись в представлении кватернионов. Мы запишем его в терминах представления двух полей над кватернионами для правых (ψ) и левых (ϕ) электронов:

$$\begin{aligned} \partial_t \psi i + i \partial_x \psi + j \partial_y \psi + k \partial_z \psi &= m_e \phi j \\ \partial_t \phi i + i \partial_x \phi - j \partial_y \phi - k \partial_z \phi &= m_e \psi j \end{aligned} ; \quad (13)$$

Алгебра кватернионов некоммутативна. Но с точки зрения Дирака введение некоммутативности алгебры в физику явилось фактическим истоком квантовой механики.

Можно предположить что сами частицы имеют форму квантовых тел, как решений свободных квантовых уравнений. Однако опыт показывает что это не так. Размеры квантовых тел имеют размер порядка волны де Бройля. Размеры микрочастиц намного меньше, а например электроны не имеют его по-видимому вообще. Можно предположить, что микрочастицы заключены внутри квантовых тел как личинки в коконе. Это позволяет объяснить их поведение при взаимодействии.

При взаимодействии симметрия квантовых тел нарушается. Например, если квантовое тело свободного электрона имеет вид яблока, то при взаимодействии, в результате деформации, это тело может принять форму надкушенного яблока или его половины. Несимметричные тела можно разложить в интеграл Фурье. Поэтому, в этом случае, форму квантового тела можно с любой заданной точностью приближать с помощью суперпозиции волн вида

$$\phi = \int \text{Re} \left(A e^{ipx} \right) ; \quad (14)$$

В этом случае имеем дело действительно с волнами, однако это всего лишь форма описания деформированного квантового тела, самих волн на самом деле нет. Обратный взгляд, по остроумному выражению Г.С.Горелика, равносильно утверждению, что в любой глыбе мрамора содержится Венера Милосская. Используя разложение (14) уравнение Шредингера можно написать в виде

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \phi = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} \right) - U \right] \phi ; \quad (15)$$

здесь U описывает характер взаимодействия. Можно ли утверждать, что в этом случае мы имеем дело с корпускулярно-волновым дуализмом. Теоретически да, но фактически мы имеем дело с деформацией квантового тела, которая непредсказуема по следующей причине. Наши экспериментальные инструменты сами состоят из микрочастиц, и мы принципиально не можем с помощью прибора контролировать поведение микрочастиц. Ведь воздействие прибора это уже взаимодействие микрочастиц. Исследовать взаимодействие контролируемых прибором микрочастиц – все равно что пытаться выяснить устройство наручных часов с помощью молотка. Мы лишь можем допустить, что та или другая деформация неконтролируемых свободных квантовых тел возможна с разной вероятностью. Это и есть виновник статистической интерпретации квантовой механики.

Чем эти утверждения можно подтвердить? Явлением редукции волновой функции. Общая длина волнового процесса это длина пути, пройденная от источника волн до фронта волны. В настоящее время мы наблюдаем звезды, свет от которых идет несколько миллиардов лет. Но тогда длина фотонов этих звезд в момент наблюдения равна нескольким миллиардам световых лет. Мы эти фотоны фиксируем мгновенно, сразу как целое. Это и есть редукция волновой функции в квантовой механике. Волновая функция частицы в момент ее наблюдения как бы мгновенно стягивается в точку. Какова скорость процесса редукции в случае вышеописанных фотонов? Всего лишь в миллиард раз быстрее скорости света, как вам такой парадокс!? Если же принять, что фотон это квантовое тело, то такого парадокса можно избежать. Точные решения уравнения Шредингера для атомов и простейших молекул дают представления об электронных облаках, но все эти облака имеют оси симметрии, так что квантовым телом может быть то, что сейчас называют электронными облаками. Это понятие применимо видимо и для свободных электронов.

Если принять, что микрочастица заключена внутри квантовых тел, как личинка внутри кокона, то неизбежно встает вопрос, а какова природа квантовых тел? Если квантовые тела реальность, то это означает, что микрочастица каким-то образом изменяет вокруг себя свойства пространства-времени. Ибо квантовое тело от остального пространства может отличаться только изменением свойств пространства, заключенного внутри самого тела. Если причина этого не мистическая, то мы обязаны знать каким образом частица способна изменять вокруг себя свойства пространства-времени, так как именно это измененное пространство-время может проявлять себя как квантовое тело в опыте.

В классической физике есть только один аналог, когда тело способно изменять вокруг себя свойства пространства-времени. Это гравитация. Но гравитация – это тот вид взаимодействия, который до сих пор отличается заметной неуживчивостью с квантовыми дисциплинами. Все попытки рассмотреть гравитацию с квантовых позиций до сих пор терпели крах. Разберемся с гравитацией заново и не торопясь.

Математической основой общей теории относительности, то есть современной теории гравитации (ОТО), является утверждение, что квадрат интервала является некоторой квадратичной формой общего вида дифференциалов координат, то есть имеет вид

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k; \quad (16)$$

где g_{ik} - некоторые функции пространственных координат x^1, x^2, x^3 и временной координаты x^0 . Величины g_{ik} , устанавливают, как говорят, метрику пространства-времени. Это основной постулат, из которого выводится вся ОТО. И это основной тормоз для квантовых дисциплин. Ведь из уравнений Шредингера и Дирака следует, что компоненты интервала $\partial x, \partial t$ входят в них отдельно, а не в виде произведения, как должно быть при учете гравитации согласно (16).

Но гравитация единственный кандидат на изменение свойств пространства вокруг микрочастиц, что заставляет искать такой вид уравнений квантовой механики, при котором компоненты дифференциалов интервала перемножаются. Наиболее просто это можно сделать следующим образом.

Представим наиболее простое квантовое релятивистское уравнение Клейна-Гордона в виде

$$\frac{m^2 c^4}{\hbar^2} \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} c^2 - \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} \frac{dr^2}{dt^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}; \quad (17)$$

здесь мы заменили скорость света c ее дифференциальным выражением dr/dt . Теперь запишем это уравнение через дифференциалы.

$$\frac{m^2 c^4}{\hbar^2} \psi dt^2 = \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} dr^2 - \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} dt^2; \quad (18)$$

Чтобы получить произведение дифференциалов, очевидно, что это выражение достаточно возвести в квадрат, тогда получим

$$\frac{m^4 c^8}{\hbar^4} \psi^2 dt^4 = \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} dr^2 \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} dr^2 dt^2 - \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} dt^2 \right)^2; \quad (19)$$

Как видим, средний член уравнения содержит произведение дифференциалов координат. Так как это всего лишь уравнение Клейна-Гордона в квадрате, то его решением будет $\psi = Ae^{i\left(\frac{E}{\hbar}t - \frac{P}{\hbar}r\right)}$, его подстановка в (19) дает алгебраическое уравнение.

$$\frac{m^4 c^8}{\hbar^4} dt^4 = \frac{P^4}{\hbar^4} dr^4 - 2 \frac{P^2}{\hbar^2} \frac{E^2}{\hbar^2} dr^2 dt^2 + \frac{E^4}{\hbar^4} dt^4; \quad (20)$$

Далее, ввиду сложности строгих релятивистских уравнений, принимаем нерелятивистское приближение, в котором $E = mc^2$, так как в этом случае кинетическая энергия частицы много меньше ее энергии покоя. При этой замене получим

$$\frac{m^4 c^8}{\hbar^4} dt^4 = \frac{P^4}{\hbar^4} dr^4 - 2 \frac{P^2}{\hbar^2} \frac{m^2 c^4}{\hbar^2} dr^2 dt^2 + \frac{E^4}{\hbar^4} dt^4; \quad (21)$$

Сократив на c^4 получим

$$\frac{m^4 c^4}{\hbar^4} dt^4 = \frac{P^4}{\hbar^4 c^4} dr^4 - 2 \frac{P^2}{\hbar^2} \frac{m^2}{\hbar^2} dr^2 dt^2 + \frac{E^4}{\hbar^4 c^4} dt^4; \quad (22)$$

Фактически все выражения справа в (22) имеют знаменатель $1/\hbar^4 c^4$, но это уравнение четвертой степени, поэтому, извлекая из него корень четвертой степени, мы в конечном итоге придем к линейной зависимости его членов от множителя $1/\hbar c$. Воспользуемся опытом Дирака и будем брать корень не прямо, а некоторым обходным путем. Если это допустимо, то мы должны получить некоторое выражение зависящее от dr/dt и линейное по $1/\hbar c$, но из (22) можно получить следующее.

$$\frac{m^4 c^3}{\hbar^3} dt^4 = \frac{P^4}{\hbar^3 c^5} dr^4 - 2 \frac{P^2}{\hbar^2} \frac{m^2}{\hbar c} dr^2 dt^2 + \frac{E^4}{\hbar^3 c^5} dt^4; \quad (22.1)$$

И наконец, учитывая что $\hbar/P = \lambda$ есть волна де Бройля и умножив (22.1) на $\hbar c$ получим

$$\frac{m^4 c^3}{\hbar^3} \frac{\hbar c}{1} dt^4 = \frac{P^4}{\hbar^2 c^4} dr^4 - 2 \frac{P^2}{\hbar^2} \frac{m^2}{\hbar^2} dr^2 dt^2 + \frac{E^4}{\hbar^2 c^4} dt^4 = \frac{P^4}{\hbar^2 c^4} dr^4 - 2 \frac{m^2}{\lambda^2} dr^2 dt^2 + \frac{E^4}{\hbar^2 c^4} dt^4; \quad (23)$$

Обратим внимание на средний член справа $2 \frac{m^2}{\lambda^2} dr^2 dt^2$ - выражение по форме весьма близкое к гравитационному взаимодействию. Единственная неизвестная величина в (23) это масса частицы. Подберем ее так, чтобы все уравнение (23) приобрело физический смысл. Естественно первоначально исходить из масс стабильных частиц, а их всего три - электрон, протон и нейтрон, последний условно стабилен, но все же его время жизни колоссально по сравнению с большинством частиц. Оказывается что

$$\frac{1838 m^4 c^3}{\hbar^3} = \frac{2}{\gamma}; \quad (24)$$

здесь m – масса электрона, $1838m$ – масса нейтрона, самое интересное что γ -гравитационная постоянная с точностью до размерности. Поэтому, взяв массу нейтрона, из (23) получаем

$$\hbar c 1838^3 dt^4 = -\gamma \frac{1838^2 m^2}{\lambda^2} dr^2 dt^2 + Q = -G \frac{1838^2 m^2}{\lambda^2} dr^2 + Q ; \quad (25)$$

Первый член справа это гравитационная сила притяжения, правильной размерности, между двумя нейтронами на расстоянии волны де Бройля, в нерелятивистском приближении, и цель достигнута. Теперь уже можно утверждать, что гравитация вполне может формировать вокруг микрочастицы квантовое тело, как измененное пространство-время или просто поле.

То что поле может быть ответственно за формирование квантового тела вытекает также из следующего. Запишем (23) в виде

$$\frac{m^4 c}{\hbar^3} \frac{\hbar c^3}{1} dt^4 = \frac{P^4}{\hbar^2 c^4} dr^4 - 2 \frac{m^2}{\lambda^2} dr^2 dt^2 + \frac{E^4}{\hbar^2 c^4} dt^4 ; \quad (26)$$

Мы слева просто переставили местами c и c^3 . Разделим это выражение на $m^4 c / \hbar^3$ и прямо извлечем корень.

$$\sqrt{\frac{\hbar c^3}{1} dt^4} = \sqrt{2 \frac{P^2}{\hbar^2} \frac{m^2 \hbar^3}{m^4 c} dr^2 dt^2 + Q} = \sqrt{2} \frac{P}{\hbar} \sqrt{\frac{\hbar^3}{m^2 c} + q} ; \quad (27)$$

Но $\sqrt{\hbar^3 / m^2 c} = e^2$, при m равной массе электрона, равно квадрату элементарного заряда, поэтому имеем право переписать (27) в виде

$$\sqrt{\frac{\hbar c^3}{2} dt^4} - \frac{q}{\sqrt{2}} = \frac{P}{\hbar} \sqrt{\frac{\hbar^3}{m^2 c}} = \frac{e^2}{\lambda} ; \quad (28)$$

Это выражение есть энергия кулоновского взаимодействия элементарных зарядов на расстоянии волны де Бройля. Последняя как известно не может быть равна нулю и мы устраняем одну из принципиальных сингулярностей классической электродинамики. Таким образом приходим к выводу, что поле электрического заряда микрочастицы также может формировать вокруг нее квантовое тело

В случае электромагнитного поля можно провести более глубокий анализ решения, связанного с квантовым телом, так как свойства этого поля достаточно хорошо изучены экспериментально, и мы можем проверить наше предположение на соответствие неоспоримым опытам.

Тривиальное решение квантовых уравнений $\psi = 0$ все же может быть разложено на волны. Мы рассматривали решение волнового уравнения в виде движущегося шара (9), но записав его в виде

$$\psi = (\omega t - kx)^2 + (\omega t - ky)^2 + (\omega t - kz)^2 - \left[(ct - x)^2 + (ct - y)^2 + (ct - z)^2 \right] = 0 ; \quad (29)$$

мы получим, при условии $v = c$, решение в виде расширяющейся со скоростью света сферой. Выражение (29) можно разложить в интеграл Фурье на волны, ведь равенство нулю этого интеграла в данном случае не отрицает решения квантового уравнения при $\psi = 0$. Но так как эти волны должны удовлетворять, в частности, уравнению Шредингера, мы должны брать их только в комплексной форме вида

$$\psi = A e^{i(\omega t - kr)} = A \cos(\omega t - kr) + iA \sin(\omega t - kr) ; \quad (30)$$

Чтобы отличать их от истинных волн назовем волны вида (30) комплексными векторами, так как от комплексных чисел они отличаются наличием волнового вектора k , то есть направлением.

Рассмотрим ортогональные свойства комплексных векторов записанных в общей форме;

$$A = a [\cos(x) + i \sin(x)] ; \quad (31)$$

Оказывается что ;

$$\int_{-\pi}^{\pi} [\cos(kx) + i \sin(kx)] \times [\cos(-lx) + i \sin(-lx)] \begin{cases} 0, k \neq l \\ \pi, k = l \end{cases} ; \quad (32)$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} [\cos(kx) + i \sin(kx)] \times [\cos(lx) + i \sin(lx)] \begin{cases} 0, k \neq l \\ 0, k = l \end{cases}$$

k, l натуральные числа.

Пусть имеется функция f представимая в виде ряда по комплексным векторам;

$$f = \sum_{k=1}^{\infty} a_k [\cos(kx) + i \sin(kx)] ; \quad (33)$$

Тогда из (32) следует, что коэффициенты a_k могут быть вычислены по формуле;

$$a_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f [\cos(kx) - i \sin(kx)] ; \quad (34)$$

В более общем виде эта формула может быть записана

$$a_k = \frac{1}{L} \int_{-\pi}^{\pi} f \left[\cos\left(\frac{kx\pi}{L}\right) - i \sin\left(\frac{kx\pi}{L}\right) \right] = \frac{e}{L} ; \quad (35)$$

здесь e просто буква. Главное, что коэффициент обратно пропорционален L -некоторому расстоянию, поэтому (31) можно написать в виде;

$$A = \frac{e}{L} [\cos(x\pi / L) + i \sin(x\pi / L)]$$

$$A^* = \frac{e}{L} [\cos(-x\pi / L) + i \sin(-x\pi / L)] ; \quad (36)$$

Образует комплексно сопряженное произведение векторов A и A^* ;

$$AA^* = \frac{e^2}{L^2} ; \quad (37)$$

Сравнивая это выражение с законом Кулона для электростатического поля ;

$$F = \frac{e^2}{L^2} ; \quad (38)$$

видим, что произведение сопряженных комплексных векторов можно понимать как действительный вектор. Таким образом, комплексные вектора имеют реальный физический смысл. Скаляр $dA = Fdx$ как известно имеет смысл работы, поэтому выражение ;

$$E = \int Fdx = \int_{-L}^L AA^* dx ; \quad (39)$$

должно иметь смысл энергии. Подставляя в (39) выражения (36) получим выражение

$$E = \int_{-L}^L AA^* dx = \frac{e^2}{L} ; \quad (40)$$

совпадающее с уравнением энергии электростатического поля.

До сих пор мы рассматривали только сопряженные вектора, но оказывается что ;

$$A_1 = \frac{Z_1 e}{2L} [\cos(x\pi / L) + i \sin(x\pi / L)]$$

$$A_2 = \frac{Z_2 e}{2L} [\cos(-x\pi / L) + i \sin(-x\pi / L)] ; \quad (40)$$

для пары не сопряженных векторов, но имеющих противоположные значения векторов x , то есть движущихся встречно, справедливо выражение

$$E_{12} = \int_{-L}^L A_1 A_2 dx = \frac{Z_1 e Z_2 e}{2L} ; \quad (27)(41)$$

совпадающее с уравнением для энергии зарядов $Z_1 e$, $Z_2 e$, таким образом, произведение имеет физический смысл для любых комплексных векторов. Несмотря на аналогию, мы еще не можем прямо сопоставить комплексные вектора с электростатическим полем. Для этого нужно рассмотреть произведения комплексных векторов вида

$$\begin{aligned} A_3 &= \frac{Z_1 e}{2L} [\cos(x\pi / L) + i \sin(x\pi / L)] \\ A_4 &= \frac{Z_2 e}{2L} [\cos(x\pi / L) + i \sin(x\pi / L)] \end{aligned} ; \quad (42)$$

Эти векторы параллельны. Оказывается что

$$E_{34} = \int_{-L}^L A_3 A_4 = 0 ; \quad (43)$$

Это выражение показывает, что энергия комплексных векторов равна нулю за пределами расстояния между зарядами, то есть когда векторы x параллельны. Уравнения (41), (43) являются математическим выражением того опытного факта, что электростатическое поле сосредоточено между противоположными зарядами и почти отсутствует за их пределами. Поэтому мы вправе отождествить комплексные вектора с электростатическим полем. Но наиболее важны в нашем случае уравнения

$$E_{34} = \int_{-L}^L A_3 A_3 = \int_{-L}^L A_4 A_4 = 0 ; \quad (44)$$

утверждающие, что энергия электростатического поля одиночных зарядов равна нулю, так как в эти уравнения входят комплексные вектора только одиночного заряда, а они всегда параллельны. Но если энергия поля равна нулю, то можно считать, что оно отсутствует полностью. Таким образом приходим к выводу, что у одиночного заряда поле отсутствует.

На первый взгляд это может показаться опровержением всех наших рассуждений. Но оказывается, что этот, парадоксальный на первый взгляд результат, дает ответ на самый каверзный вопрос в общей теории относительности. Суть этого вопроса сводится к следующему. Основным постулатом ОТО служит принцип эквивалентности поля гравитации некоторой неинерциальной системе отсчета. Из этого принципа, в частности, следует, что все тела, независимо от их природы, при свободном падении движутся в поле гравитации с одинаковым ускорением. Но согласно классической электродинамике этого не может быть. Ведь падение заряженного тела с ускорением приводит к излучению электромагнитных волн, и это излучение тормозит падение тела. Поэтому несложно прийти к выводу, что нейтральные и заряженные тела одинаковой массы имеют различные ускорения свободного падения, а значит вся общая теория относительности неверна, так как нарушается ее фундаментальный постулат. Однако опыт показывает что ОТО дает ошибки не превышающие ошибок эксперимента, и следовательно, экспериментально не дает повода для сомнений в справедливости фундаментальных подходов ОТО, хотя не исключено что она может иметь ошибки, но более локального характера.

Наш вывод о том что одиночный заряд не имеет поля, в конечном итоге, приводит к выводу, что ускорение одиночного заряда не вызывает излучения электромагнитных волн. И потому столь каверзный вопрос о свободном падении заряженного тела в ОТО просто снимается. Одиночные заряды просто не могут излучать. Но тогда возникает законный вопрос, а как быть с одиночными излучателями, например радиостанциями, ведь их излучение мы фиксируем. Да фиксируем, но с помощью других заряженных тел или зарядов, некоторого пробного контура. Но система излучатель-контур это уже не одиночный заряд. В принципе не исключено, что опыт покажет меньшее ускорение свободного падения заряженного тела,

но узнать о том что оно заряжено мы можем только при взаимодействии с ним посредством пробного контура, то есть в этом случае мы будем иметь систему заряд - пробный контур, но это уже неэквивалентность опыта, а не ошибка теории.

Электромагнитное взаимодействие, в рамках полученных результатов, можно моделировать следующим образом. Вновь рожденный заряд генерирует не поле, а некоторый сферический импульс, распространяющийся со скоростью света. Этот импульс можно разложить на комплексные вектора, аналоги которых в квантовой электродинамике называются виртуальными фотонами. Первичный импульс, достигая второго заряда, заставляет его генерировать собственный вторичный сферический импульс, сложение комплексных векторов первичного и вторичного сферических импульсов, то есть их виртуальных фотонов, дает взаимодействие. Первым человеком, которому Бор показал свою теорию атома водорода, был Резерфорд. И первое, что при этом услышал Бор, был вопрос Резерфорда : «Откуда этот чертов электрон знает, куда ему прыгать?». Откуда «чертов электрон» знает, куда ему излучать виртуальные фотоны, чтобы взаимодействовать? А он их и не излучает, он излучает сферический импульс, и вопрос о направлении снимается. Поэтому механизм электромагнитного взаимодействия выглядит более правдоподобно, если рассматривать его не как обмен виртуальными фотонами, а как обмен сферическими импульсами поля.

Такой обмен физически мог бы привести к колебаниям квантовых тел. В простейшем случае это могут быть колебания сферы, имеющие вид

$$\psi = \frac{A \cos(kr - \omega t)}{R} + D; \quad (45)$$

при условии что R, D постоянные. Несложно убедиться что (45) также будет решением уравнения Шредингера, если k, ω выразить через квантовые соотношения. Но колебания сферы можно рассматривать как частный случай пространственного осциллятора. Решение квантовых уравнений для пространственного осциллятора дают следующие уровни энергии.

$$E = \hbar\omega n + \frac{\hbar\omega}{2}; (n = 0, 1, 2, \dots); \quad (46)$$

Квантовое тело и микрочастицу нужно рассматривать как единое целое. Колебания квантового тела должны как-то отражаться на микрочастице, в частности, они могут быть ответственны за ее спонтанный распад. Для этого в общих чертах рассмотрим распад нейтрона, как частицы, которая здесь уже упоминалась. Дальнейшие вычисления могут носить лишь оценочный характер.

Предположим, что энергии колебаний не распавшегося нейтрона соответствует нулевая энергия

$$E = \frac{\hbar\omega}{2}; \quad (47)$$

Переход на следующий уровень энергии ведет к спонтанному распаду нейтрона. При этом образуется протон, электрон и нейтрино. В простейшем случае энергию нейтрино принимаем равной нулю. Разность масс протона и нейтрона составляет $2,53mc^2$ здесь m масса покоя электрона. Поэтому энергию распада можно записать в виде

$$E = 1838,2mc^2 = 1836 mc^2 + mc^2 + 1,53 mc^2; \quad (48)$$

Здесь $1838,2mc^2$, $1836 mc^2$ энергии покоя протона и нейтрона соответственно. Остаток энергии $1,53 mc^2$ выделяется как кинетическая энергия продуктов распада. Из опыта известно, что предельная энергия электрона точно равна $1,53 mc^2$ (если энергия нейтрино равна нулю). Следовательно можно допустить что предельная энергия колебаний квантового тела нейтрона равна $1,53 mc^2$. Тогда

$$E = \frac{\hbar\omega}{2} = 1,53mc^2; \quad (49)$$

Допустим, что нейтрон распадается уже при этих нулевых колебаниях, но при этом образуется замкнутая система продуктов распада, поэтому макроскопически такой распад никак себя не проявляет. Чтобы этот распад был зафиксирован внешним наблюдателем, нужно малое внешнее возмущение этой замкнутой системы. Если такое предположение допустимо, то электрон и протон, как продукты распада нейтрона, существуют в некоторой области пространства уже до момента наблюдения распада. Эта область есть часть квантового тела нейтрона, и потому он в этот момент наблюдается как целое, назовем такой нейтрон критическим. Оценим размеры указанной области.

При таких относительно больших значениях энергии можно пользоваться квазиклассическим приближением. В квазиклассическом приближении под длиной волны колебаний пространственного осциллятора, в форме сферы, можно понимать длину окружности шара, что впервые было сделано еще де Бройлем, при интерпретации теории Бора. Принимая во внимание, что частоту можно представить в виде $\omega = 2\pi\nu/\lambda$, где ν - скорость волны, λ - длина волны, заключаем, что максимальная длина волны возможна при $\nu=c$. Из вышесказанного следует что длина окружности колеблющегося пространства с не распавшимся нейтроном не может превысить значения

$$\lambda = 2\pi r = \frac{\hbar c\pi}{1.53mc^2} \approx \frac{2\hbar}{mc}; \quad (50)$$

Отсюда максимальный радиус пространства с нейтроном

$$r = \frac{\hbar}{\pi mc}; \quad (51)$$

С другой стороны, это максимальное расстояние между протоном и электроном в критическом нейтроне. Поэтому внутри нейтрона возникает гравитационная энергия притяжения между массами равными массам протона и электрона

$$E_g = \frac{G1836m^2}{r} = \frac{G1836m^3c\pi}{\hbar}; \quad (52)$$

Энергия кулоновского притяжения электрона к протону на расстоянии (51) превышает энергию покоя нейтрона, и потому кулоновское взаимодействие должно быть запрещено каким то механизмом, иначе закон сохранения энергии будет нарушен. Здесь работает тот же механизм, который рассматривался при свободном падении заряженного тела. Если рассматривать нейтрон как точку, то процесс его распада точечный. При этом электрон и протон образуются вместе, в одной точке пространства. Оба при рождении генерируют сферические импульсы поля, центры которых совпадают. Каждый такой импульс, достигая второй заряженной частицы, порождает взаимодействие. Но в данном случае центры импульсов совпадают и поэтому, например, импульс электрона никогда не достигнет протона, ведь в противном случае фронт импульса должен достичь своего собственного центра, что невозможно ввиду расширения фронта импульса. Электрон и протон оказываются «обмануты», они не «знают» о взаимном существовании и потому не взаимодействуют электростатически. Продукты распада одного нейтрона могут взаимодействовать лишь с продуктами распада другого нейтрона. Собственно это и позволяет писать конечные равенства для энергии распада нейтрона. Иначе в эти равенства пришлось бы вводить энергию кулоновского взаимодействия между продуктами распада, а она может превышать энергию покоя нейтрона, и эти равенства потеряли бы смысл. Напротив, гравитационное взаимодействие сохраняется, поэтому оно не может быть целиком преобразовано в кинетическую энергию продуктов распада. Сохранение гравитации косвенно следует из того, что энергия гравитации между протоном и электроном становится сравнимой с энергией покоя нейтрона на расстояниях $1 \cdot 10^{-50}$ см, что гораздо меньше размеров самого нейтрона, эксперимент дает для его размеров величину порядка $1 \cdot 10^{-16}$ см.

Рассмотрим теперь историю взаимодействий продуктов распада, например электрона. Он стабилен, и его предельная энергия, как показывает опыт, при распаде нейтрона равна 1,53

mc^2 . На самом деле из нее нужно еще вычесть энергию гравитации в критическом нейтроне, величина которой меньше предельной точности наших приборов.

$$E_k = 1.53mc^2 - E_g; \quad (53)$$

В результате кулоновского взаимодействия такого электрона, с другими зарядами, его кинетическая энергия может принять нулевое значение. При этом вся его кинетическая энергия перейдет в потенциальную энергию кулоновского взаимодействия. Ясно, что это возможно когда расстояние до этого электрона бесконечно. Но на бесконечности и гравитация равна нулю. Но куда в таком случае девается энергия гравитации E_g в критическом нейтроне, ведь она не входит в кинетическую энергию электрона. Приходим к выводу, что электрон, находящийся на бесконечности, нарушает закон сохранения энергии. Остается допустить, что физически бесконечности не существует, и энергия дальнедействующих взаимодействий не может быть менее энергии гравитации внутри нейтрона. Тогда энергия электромагнитного взаимодействия не может быть меньше величины (51). Согласно теореме вириала, в квазиклассическом случае, для минимума электростатического взаимодействия справедливо.

$$E = \frac{G1836m^3c\pi}{\hbar} = \frac{e^2}{2R}; \quad (54)$$

Для значения R получим величину

$$R = \frac{e^2\hbar}{2\pi c1836m^3G}; \quad (55)$$

Свет пройдет это расстояние, при условии, что S световой год, за

$$T = \frac{R}{S} = 1.51 * 10^{10} \text{ (лет)}; \quad (56)$$

Это известная величина, приближенно равная возрасту Вселенной. Почему свет должен пройти не более чем это расстояние? Вероятно, материя действительно образовалась при Большом взрыве. При этом начальные нейтроны, движущиеся в противоположных направлениях, имеют относительную скорость близкую к скорости света, как высокоэнергетические. В этом случае их относительный распад может длиться и в наше время, за счет релятивистского замедления времени, хотя в своей системе покоя они распадаются за 16 минут. Так что продукты их распада взаимодействуют и в наше время. Но тогда, если некоторые из этих продуктов находятся в нашей лаборатории, а это условие выполняется всегда, то их взаимодействие с наиболее древними продуктами распада нейтронов будут наблюдаться как наиболее удаленные объекты Вселенной.

Таким образом распад нейтрона генерирует материю в область равную радиусу Вселенной, равно как обратный процесс консервирует материю в радиусе скоплений нейтронов, например в нейтронных звездах. Эксперименты, связанные с определением величины возраста Вселенной, посредством определения постоянной Хаббла, дали следующие результаты. Наблюдения за реликтовым излучением дают для постоянной Хаббла $H=71 \text{ км/сМгпс}$ данные на 11.02.2003 г., наблюдения за разбеганием галактик по состоянию на 6.05.2004 г., дают $H=57 \text{ км/сМгпс}$. Среднее значение составляет $H=64 \text{ км/сМгпс}$, что соответствует возрасту Вселенной $T=1,53 * 10^{10} \text{ лет}$. Полученный здесь результат дает неплохое совпадение, хотя его вывод нельзя назвать строгим.

Как видим исторические архивы квантовой механики могут еще таить весьма любопытные факты, поэтому периодическое обращение к ним, возможно, способно периодически освежать эту виртуозную науку. Так что надежда на ее понимание остается.

Если вы думаете, что понимаете квантовую механику, значит вы её не понимаете.
— **Ричард Фейнман.**

Литература

1. *П.А.М Дирак* Релятивистское волновое уравнение электрона (*Успехи физических наук.* — 1979. — В. 4. — Т. 129. — С. 681-691. http://ufn.ru/ufn79/ufn79_8/Russian/r798e.pdf)
2. *Ландау Л.Д.,Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. В 10 т. (М.: Наука.1988-1989)
3. *Фейнман Р.* Квантовая электродинамика.(М.: ИО НФМИ. 1998)
4. *Д.И.Блохинцев.* Основы квантовой механики. (М.: Наука. 1983)