

Интерференция с N -щелевого экрана: волновой рельеф и движения по траекториям в этом рельефе

В.И. Сбитнев*

(Получена 29 июня 2009; опубликована 15 июля 2009)

На простой теоретической модели, представленной расходящимся гауссовым волновым пакетом, показано формирование интерференционных паттернов в ближней зоне – узоры Талбота. В окрестности щелей наблюдаются фрактальные структуры, по размерам меньшие, чем расстояния между щелями. При сдвиге в дальнюю зону, происходит трансформация интерференционного паттерна в характерную дифракционную картину N -щелевого экрана – главные максимумы разделены сериями из $(N-2)$ побочных максимумов. Вычисленный паттерн боровских траекторий идеально покрывает пучности плотности вероятности. Частица, при движении от источника до детектора, проходит путь по единственной боровской траектории, начальный выбор которой случаен и является следствием принципа неопределенности.

Введение

Интерференция волн представляется наиболее ярким проявлением волновых процессов, будь то волны на воде, акустические волны, или электромагнитные – радиоволны, свет, жесткое γ -излучение. Суть многих квантово-механических экспериментов представляема так же интерференционными явлениями [1,2]. Волновая функция может быть расщеплена на несколько лучей. После чего они проводятся по разным путям, а затем снова сводятся вместе в области регистрации частицы. Волновая функция, оказывается, проявляет такие же признаки, как и выше упомянутые волны.

Типичная интерференция волн с экрана, содержащего N щелей, представляется суперпозицией N волн, рассеиваемых щелями, которые выступают как источники волн. Изначально полагается, что на экран падает плоская волна, а каждая щель пропускает только узкую полосу этой волны. В этом случае по другую сторону экрана вместо плоской волны будет наблюдаться излучение от N узких когерентных источников, каждый из которых в дальней зоне видится как источник цилиндрической волны. Суперпозиция таких расходящихся волн в дальней зоне, зоне Фраунгофера, дает характерный дифракционный паттерн, представленный формулой [3]

$$I(z) = I_0(z) \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{Nz}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{z}{2}\right)} \quad (1)$$

Функция $I_0(z)$ – огибающая, которая описывает дифракцию волн с единичной щели, а z – сдвиг волн, имеющими место между ближайшими щелями, см. Рисунок 1.

* Valery.sbitnev@gmail.com, Санкт-Петербургский Институт Ядерной Физики им. Б.П.Константинова, РАН

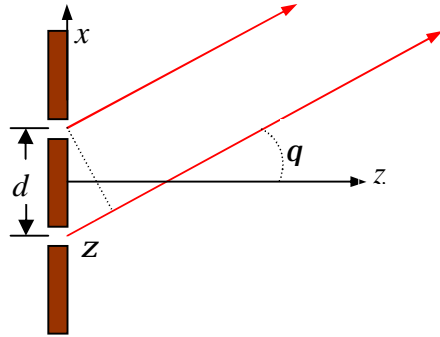


Рисунок 1.

Дифракция волны при рассеянии на двух щелях. Сдвиг волн z , имеющим место между ближайшими щелями, при рассеянии волн в направлении, которое указано на рисунке красными лучами, дан формулой:

$$z = \frac{2p}{l} d \sin(q)$$

Здесь d – расстояние между щелями, λ – длина волны, θ – угол отклонения луча по отношению к оси z .

Дифракционный паттерн, см. Рисунок 2, представляемый формулой (1), проявляется в дальней зоне, как результат интерференции цилиндрических волн, расходящихся от четырех щелевых источников, помещенных в центре экрана. Дифракционная формула (1) довольно распространена. Эта формула описывает не только дифракцию света в дальней зоне, но также и резонансный переворот спинов, при пролете через периодическую магнитную структуру [4].

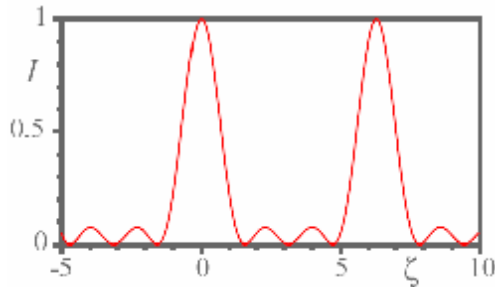


Рисунок 2.

Дифракция в дальней зоне в результате рассеяния монохроматической волны на экране, содержащем четыре щели, $N = 4$. Главные дифракционные максимумы расположены в точках $z=2n\pi$, $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Между этими максимумами располагается $(N-2)$ побочных максимумов.

Не очевидно, что вырезанный щелью участок волны может сразу представлять расходящуюся цилиндрическую волну. Теоретически, цилиндрически расходящаяся волна - это волна, регистрируемая в точках наблюдения, удаленных на бесконечность. Так как щель имеет конечную ширину, то следует думать, что существует переходная область, где вырезанный участок трансформируется от плоского отрезка волны в цилиндрически расходящуюся. Остается открытым вопрос – как происходит этап трансформации волны в ближней зоне? Наблюдения показывают, что в ближней зоне, называемой зоной Френеля, происходят сложные трансформации волновых фронтов. В 1836 году Генри Фокс Талбот первым обнаружил появление в ближней зоне сложного узора, возникающего из лучей монохроматического света [5]. Рисунок 3 иллюстрирует интерференционный паттерн (названный Талбот-ковер), возникающий в результате прохождения монохроматического света через четыре щели в экране, слева на право, и далее распространяющимся в световоде, который представлен двумя отражающими зеркалами по бокам. Самое поразительное, что здесь бросается в глаза – это существование фрактальных структур с размерами, кратными длине волны монохроматического света.

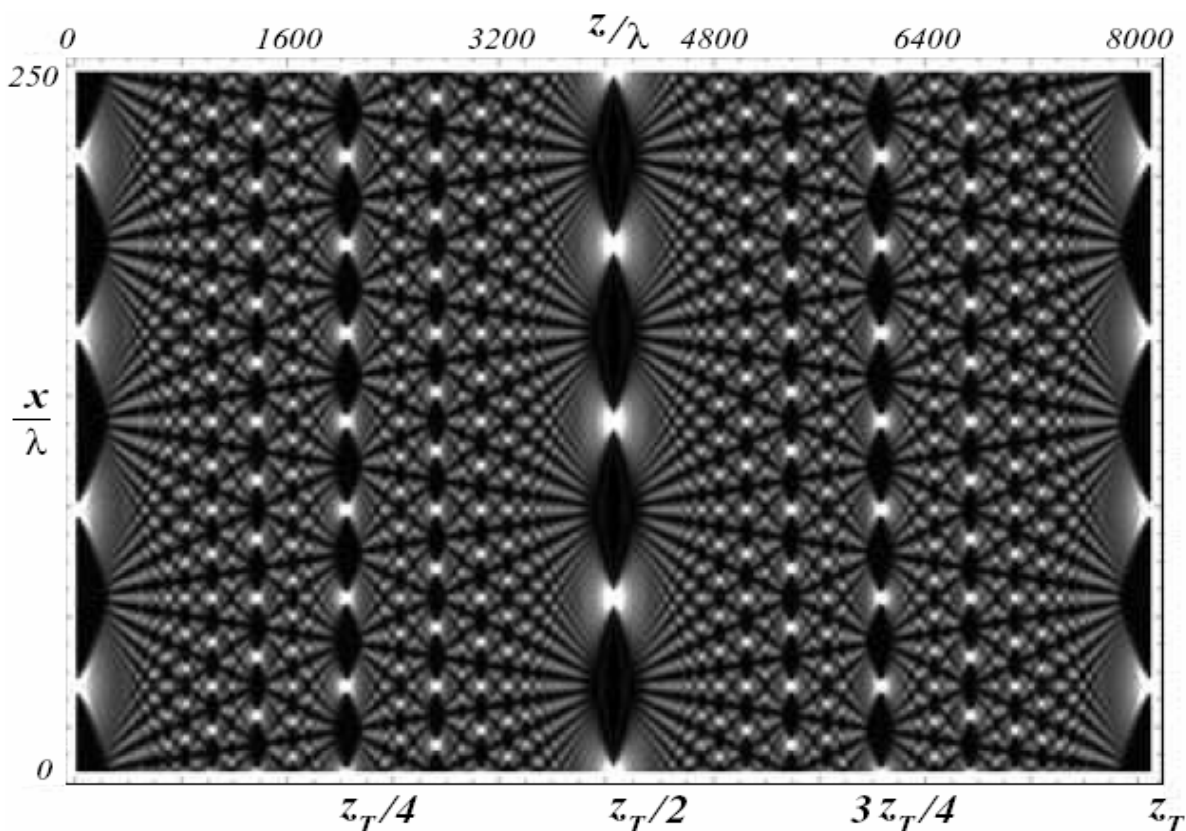


Рисунок 3. Талбот-ковер как результат интерференции монохроматического света на экране, имеющего четыре щели. Длина Талбота $z_T = 2d^2/\lambda$. Рисунок захвачен с http://en.wikipedia.org/wiki/Talbot_effect.

Талбот-ковер – это типичное проявление волновой природы света. Интерес к подобным интерференционным явлениям в ближней зоне в настоящее время обусловлен поисками путей манипулирования кубитами в квантовом компьютеринге [1,2]. Так как в сути квантово-механических явлений лежит дуализм волна-частица, где частицы представляют кубиты, подобные интерференционные паттерны могут проявляться и при рассеянии частиц на щелевых экранах [6,7]. Чтобы описать такой интерференционный паттерн средствами квантовой механики, следует повторить рассеяние волны на щелевом экране, где волна, по сути, является волновой функцией частицы. Иными словами, данная волна должна быть решением уравнения Шредингера. Простейшая модель рассеянной волны – гауссов волновой пакет, который представляется суперпозицией плоских волн, каждая из которых имеет собственное волновое число \mathbf{k} и собственную частоту ω . Импульс де Бройлевской частицы и ее энергия есть $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$ и $E = \hbar\omega$, соответственно. Групповая скорость частицы $v_g = d\omega/dk = dE/dp$ может отличаться от фазовой скорости волны $v_p = \omega/k$. Из-за такого различия, гауссов волновой пакет со временем рассыпается. А результат суперпозиции таких «рассыпающихся волн» дает интерференционную картину, наблюдаемую в любой точке пространства – всюду, где такая суперпозиция имеет место.

Это простейшее описание предлагает рецепт для наблюдения, возникающих в ближней зоне, интерференционных узоров. С этой целью, пусть каждая щель на экране представляет собой источник, излучающий гауссов волновой пакет. Подобное излучение может поддерживаться щелями, обладающие изрезанными, фрактальными краями.

Волновое излучение от щели

За основу, вырезаемого щелью участка плоской волны, падающей на экран, примем нормальное распределение. Плотность этого распределения имеет вид [8]

$$p(x, x_0) = \frac{1}{s\sqrt{2p}} \cdot \exp\left\{-\frac{(x-x_0)^2}{2s^2}\right\}. \quad (2)$$

Здесь x_0 – математическое ожидание (математический центр щели), а σ – стандартное отклонение (характеризует разброс выпадений x вокруг математического ожидания x_0). Интеграл по всей области $x \in (-\infty, \infty)$ от этой кривой равен единице.

Волновая функция, повторяющая форму гауссова распределения (2), удобна при дальнейших математических преобразованиях, в частности, при Фурье-преобразованиях. На завершающем этапе преобразований получается функция, которая дает корректное представление интерференционных эффектов. В ключе сказанного, щель prepares на выходе волновой пакет с гауссовой амплитудой распределения

$$j_0(x, x_0) = \sqrt[4]{\frac{1}{2ps^2}} \exp\left\{-\frac{(x-x_0)^2}{4s^2}\right\}. \quad (3)$$

Можно видеть, $j_0^2(x, x_0) = p(x, x_0)$. Данный волновой пакет расплывается по мере того, как он удаляется от щели. Давайте представим этот пакет суперпозицией гармонических волн с волновыми числами k , заданными во всем интервале от $-\infty$ до ∞ [9,10]. С этой целью выполним Фурье-преобразование данной функции

$$\begin{aligned} F_x[j_0(x, x_0)](k) &= \sqrt[4]{\frac{1}{2ps^2}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{-\frac{(x-x_0)^2}{4s^2}\right\} \cdot \exp\{-2\pi i k \cdot x\} dx \\ &= \sqrt[4]{8ps^2} \exp\{-p^2 4s^2 k^2\} \exp\{-2\pi i k \cdot x_0\} = \Phi_0(k). \end{aligned} \quad (4)$$

Теперь посмотрим, что из себя представляет функция $\Phi_0(k)$, где k есть волновое число, выбираемое из интервала от $-\infty$ до ∞ . Данная функция является гармонической волной $\exp\{-2\pi i k \cdot x_0\}$ с амплитудой

$$A(k) = \sqrt[4]{8ps^2} \exp\{-p^2 4s^2 k^2\}. \quad (5)$$

Эта амплитуда является также гауссовой функцией по k .

При отрыве от щели волны $\Phi_0(k)$ в направлении оси z -оси распространения волны, см. Рисунок 4, она проявляет неравномерный, для разных k , сдвиг по оси x , направленной вдоль щелевого экрана. Сдвиг волны $\Phi_0(k)$ по оси x может быть записан как $\Phi_0(k) \exp\{-i2pk \cdot px\}$. Дополнительный множитель π масштабирует сдвиг по этой оси. Данный множитель необходим для того, чтобы конечная формула давала бы правильную расходимость. Теперь заметим, что $x = vt$, здесь t – время, прошедшее после отрыва волновой функции от щели. Скорость убегания вдоль оси x есть $v = k \cdot \hbar/m$. Отсюда следует, что $x = vt = kt \cdot \hbar/m$. Здесь \hbar – приведенная постоянная Планка, а m – масса рассеиваемой частицы. В согласии с вышесказанным, получаем сдвинутую волну в следующем виде

$$\Phi_0(k) \exp\left\{-i(2pk)^2 \frac{\hbar}{2m} \cdot t\right\}. \quad (6)$$

Заметим, здесь $2\pi k \cdot k = (2\pi k)^2 / 2\pi$. Чтобы нейтрализовать число π в знаменателе, с этой целью в сдвиговой член $\exp\{-i2\pi k \cdot \pi x\}$ был введен дополнительный множитель π .

Теперь выполним обратное Фурье-преобразование функции (6):

$$\begin{aligned}
 & F_k \left[\Phi_0(k) \exp \left\{ -i \frac{(2pk)^2}{2} \cdot \frac{\mathbf{h}}{m} \cdot t \right\} \right] (x) \\
 &= \sqrt[4]{8pS^2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left\{ -p^2 4S^2 k^2 \right\} \exp \left\{ -i(2pk)^2 \frac{\mathbf{h}}{2m} t \right\} \cdot \exp \{ 2\pi i k \cdot (x - x_0) \} dk \\
 &= \sqrt[4]{\frac{2}{4pS^2 \left(1 + i \frac{\mathbf{h}}{2m} t \cdot S^{-2} \right)^2}} \exp \left\{ -\frac{(x - x_0)^2}{4S^2 \left(1 + i \frac{\mathbf{h}}{2m} t \cdot S^{-2} \right)} \right\} = j(x, x_0, t).
 \end{aligned} \tag{7}$$

Волновой паттерн, формируемый N -щелевым экраном

Теперь допустим, что каждая щель в экране является источником гауссова излучения, которое описывается функцией $\varphi(x, x_0, t)$. Ось x проходит в параллель с экраном, а время t , как следует из формулы (7), задает эволюцию этой функции посредством изменения значений времени зависящего дисперсного члена

$$s_t = s \left(1 + i \frac{\mathbf{h}}{2m} t \cdot S^{-2} \right). \tag{8}$$

Следует обратить внимание, что этот член комплексный и время входит в его мнимую составляющую. При $t=0$ мы видим $\sigma_{t=0} = \sigma$ и в начальный момент времени функция $\varphi(x, x_0, t)$ вырождается в гауссову кривую $\varphi_0(x, x_0)$, представленную формулой (3). Функция $\varphi(x, x_0, t)$ еще не является волновой функцией частицы, распространяющейся в направлении z , так как она не содержит член, который описывает трансляцию функции в область, простирающуюся по ту сторону экрана, см. направление стрелки на Рисунке 4.

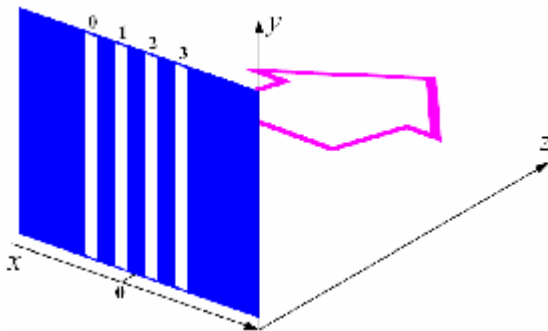


Рисунок 4.

Интерференционный эксперимент. Экран содержит четыре узкие щели, прорезанные по оси y . Ширина щели и расстояние между щелями соизмеримы с длиной волны частицы. Волновой пакет рассыпается по оси x , по мере того как он сдвигается в область, указанную розовой стрелкой в направлении z .

Член, описывающий трансляцию в область вдоль оси z , представляется в форме множителя $\exp\{i\omega t - ik_{zz}\}$. Здесь $E = \hbar\omega$ – энергия частицы, а $p_z = \hbar k_z$ – импульс частицы вдоль оси z . Волновая функция, в таком случае, имеет вид [11,12]:

$$\Psi(x, x_0, z, t) = j(x, x_0, t) \exp\{i\omega t - ik_z z\} = \sqrt[4]{\frac{2}{4pS^2 \left(1 + i \frac{1}{2} \frac{\hbar}{m} t \cdot S^{-2}\right)^2}} \exp\left\{-\frac{(x-x_0)^2}{4S^2 \left(1 + i \frac{1}{2} \frac{\hbar}{m} t \cdot S^{-2}\right)}\right\} \exp\{i\omega t - ik_z z\} \quad (9)$$

Скорость вдоль оси z есть $v_z = p_z/m = \hbar k_z/m$. Это позволяет выразить в последующем параметр t через отношение z/v_z , т.е., сдвиг по координате z , с точностью до делителя v_z , эмулирует время t . По этой причине, в дальнейшем в волновой функции $\Psi(x, x_0, z, t)$ будем опускать написание аргумента t .

Совмещая начало отсчета на оси x с центром решетки, содержащей $(N+1)$ щелей ($n = 0, 1, 2, \dots, N$), см. Рисунок 4, получаем, что положение n -ой щели будет находиться в позиции $x_0 = (n - N/2)d$. Суперпозиция волн, излучаемых вперед всеми щелями, есть:

$$|\Psi(x, z)\rangle = \frac{1}{(N+1)} \sum_{n=0}^N \Psi(x, (n - N/2)d, z). \quad (10)$$

Эта область помечена розовой стрелкой на Рисунке 4, здесь задана плотность вероятности - скалярное произведение волновой функции на ее комплексно-сопряженное значение:

$$p(x, z) = \langle \Psi(x, z) | \Psi(x, z) \rangle. \quad (11)$$

Здесь моделируется рассеяние нейтронов на такой щелевой конструкции. Входные параметры: $m = 1.674927 \times 10^{-27}$ кг – масса покоя нейтрона, $\lambda = 5 \times 10^{-9}$ м – длина волны нейтрона, расстояние между щелями $d = 5 \times 10^{-8}$ м, а параметр $S = 8 \times 10^{-10}$ м. Нейтроны в данной симуляции являются ультрахолодными, $T = E / k_B \approx 0.38$ К [Ошибка! Источник ссылки не найден.]. При таких экстремально низких температурах может быть получено хорошее разрешение нано-масштабов.

Рисунок 5 показывает распределение плотности вероятности, вычисленной на рабочем поле $(x ; z) \in (0 - 1.4 \times 10^{-6} ; 5 \times 10^{-8} - 3.8 \times 10^{-6})$ м при рассеянии на решетке, содержащей четыре щели. Координата z , как можно видеть, начинается не с нуля, а с некоторого конечного значения $z = 5 \times 10^{-8}$ м. Это связано с тем, что при $z = 0$ волновая функция имеет сингулярность на щелях. На этом рисунке показана дифракционная картина, где преимущественно наблюдается дифракция в области, переходящей в дальнюю зону. Красные стрелки указывают на позиции главных дифракционных максимумов. Голубые стрелки указывают на позиции побочных максимумов. При интерференции на четырех щелях, между каждой парой главных максимумов существует ровно два побочных максимумов, что и демонстрирует данный рисунок. Чередование главных и побочных максимумов, при сдвиге детектора вдоль оси x , описывается формулой (1); при количестве щелей $N = 4$ эта дифракционная картина показана на Рис. 6 как функция параметра x и при фиксированном $z = 3.8 \times 10^{-6}$ м.

Чтобы ясно представить дифракцию в дальней зоне, пришлось пожертвовать подробным разрешением интерференционной картины вблизи щелей. По этой причине в ближней зоне можно видеть нагромождения всевозможных максимумов. И чем ближе к щелевому экрану, тем более драматично выглядит такая картина нагромождений. Здесь искусственно обрезана высота максимумов в окрестности щелей с целью, чтобы ясно была бы видна дифракционная картина в дальней зоне.

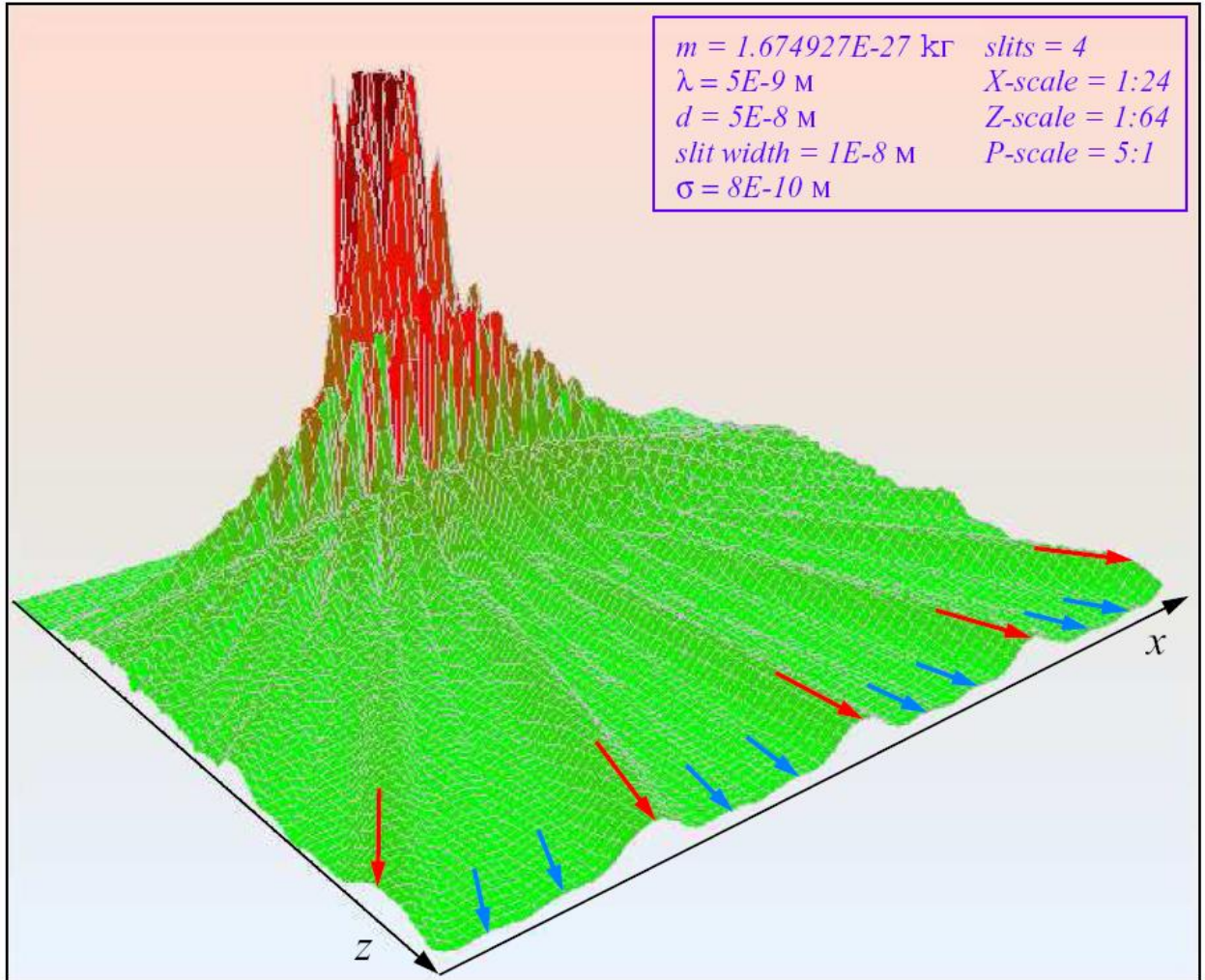


Рисунок 5. Развитие дифракционного паттерна в дальней зоне от четырех-щелевого источника. Область существования паттерна $(x;z)$ расположена в прямоугольнике $(0-1.4 \times 10^{-6})\text{м} \times (5 \times 10^{-8}-3.8 \times 10^{-6})\text{м}$. Красные стрелки указывают на главные максимумы. Синие стрелки указывают на побочные максимумы.

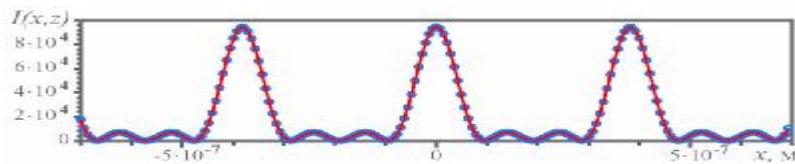


Рисунок 6. Дифракция в дальней зоне. Синие кружки относятся к показанному на Рис. 5 паттерну, красная линия - результат расчета по формуле (1) с параметрами I_0 и z , приведенных в статье [3].

В ближней зоне, см. Рисунок 5, наблюдается чередование нагромождений максимумов и минимумов. Чем ближе к источнику излучения, тем более эти чередования собираются в сильно осциллирующие складки. В результате, вблизи щелевых источников все сливается в один гигантский максимум излучения. Рисунок 7 показывает дифракционный паттерн при более сильном увеличении, чтобы детальнее высветить организацию паттерна в окрестности щелевых источников излучения. От самих щелей, можно видеть, исходит излучение в форме расплывающихся гауссовых пакетов. Но вскоре суперпозиция этих пакетов порождает интерференционную рябь с высокочастотной составляющей. По мере того, как волновое поле удаляется от щелевых источников вглубь, эта рябь расплывается, занимая все большее и большее пространство по направлению распространения волны.

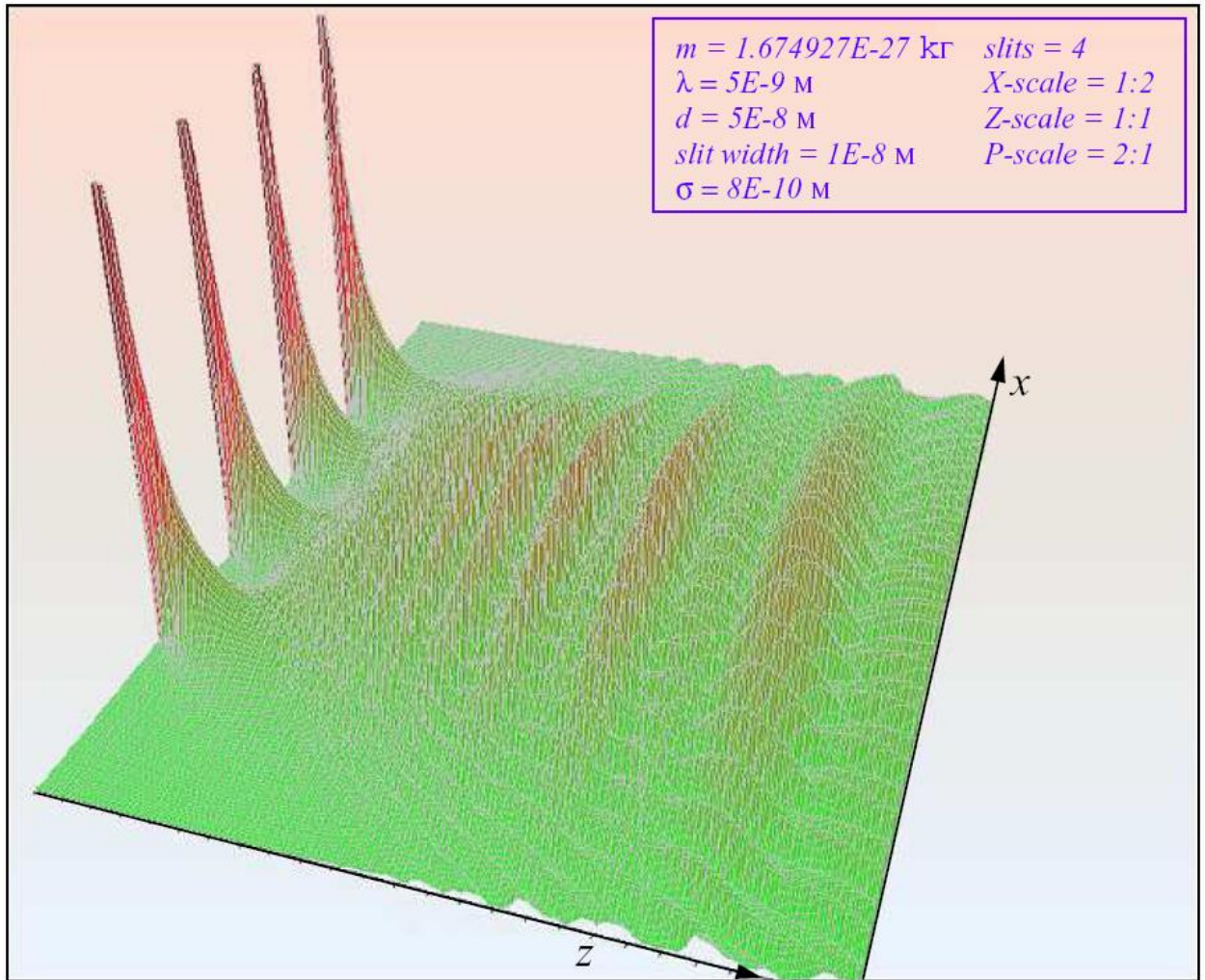


Рисунок 7. Развитие дифракционного паттерна в ближней зоне четырех-щелевого источника. Область существования паттерна есть $(x ; z) \in (0-3 \times 10^{-7} ; 8 \times 10^{-10}-2 \times 10^{-7})$ м.

Таким образом, в ближней зоне наблюдается следующая картина – чем ближе к щелевым источникам, тем более мелкозернистая организация волнового поля имеет место быть. Сравнивая, например, с ковром Талбота, показанным на Рис.3, можно заметить, что нечто подобное происходит и в этом паттерне: по мере удаления от щелевых источников мелкозернистость трансформируется в крупнозернистые волновые образования. И чем далее от щелевых источников, тем более крупнозернистые образования возникают, пока не сформируются лучи, главные лучи, уходящие на бесконечность. Эти лучи отделены друг от друга семействами из $(N - 2)$ побочных лучей со слабой интенсивностью. Если в дальней зоне расположить детектор, а затем последовательно перемещать его в поперечном к щелевому источнику направлении, фиксируя, шаг за шагом, излучение, результатом показания детектора окажется дифракционная кривая, показанная на Рис.2.

Бомовские траектории

Давайте спроектируем плотность вероятности $p(x,z)$ на плоскость (x,z) . Рисунок 8 показывает $p(x,z)$, исполненную в серых тонах для случая интерференции с нечетного количества щелей. Здесь темно-серые области соответствуют повышенным значениям функции $p(x,z)$, а просветленные, или почти светлые, соответствуют пониженным, или почти нулевым значениям функции. Ясно просматривается фрактальность организации распределения плотности вероятности $p(x,z)$ вблизи источников. Она инициируется

интерференцией волн, рассеиваемых с разных щелевых источников. Такая организация распределения плотности вероятности в ближней зоне называется в научной литературе как узор Талбота, или ковер Талбота [5,2,11], сравни с Рис.3.

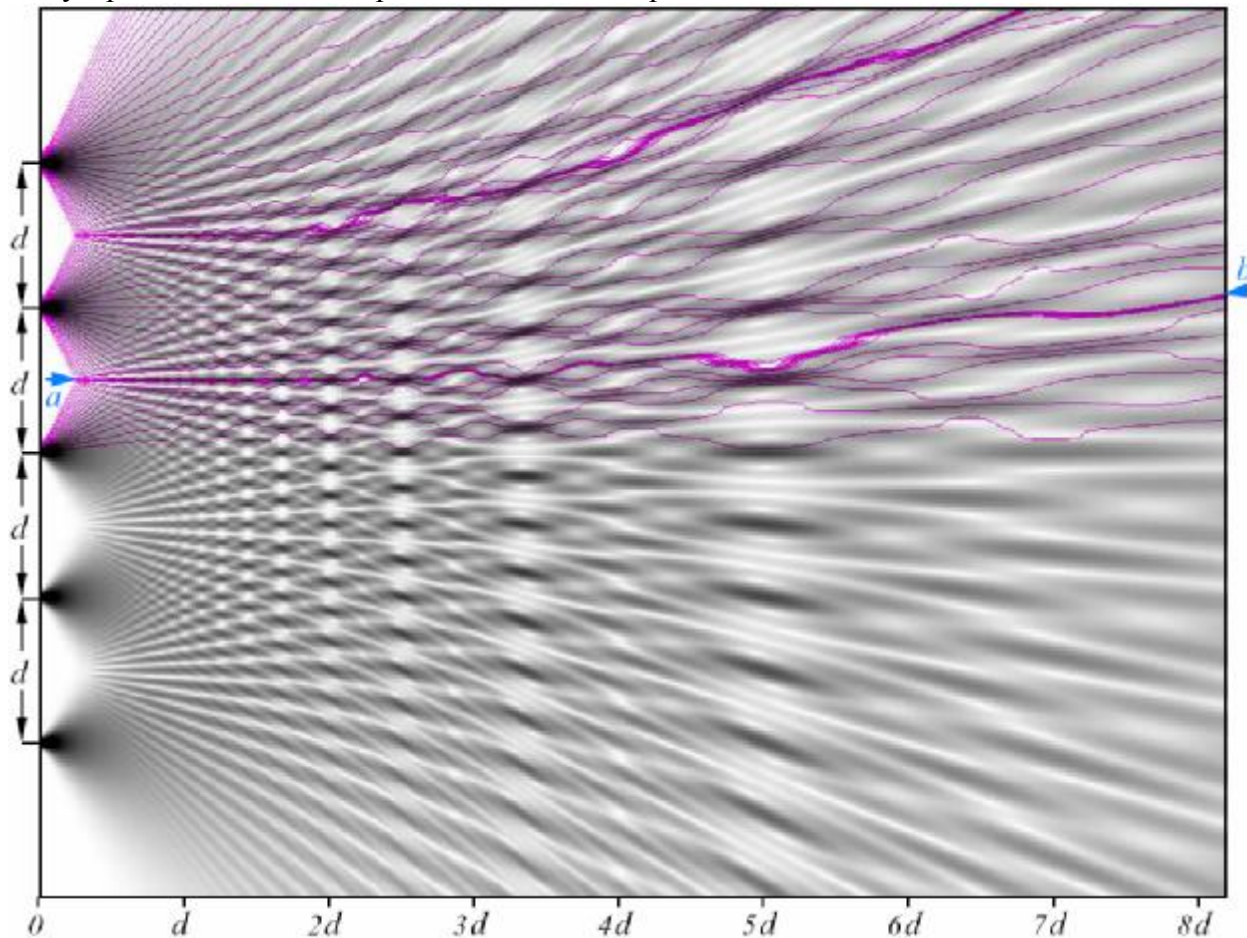


Рисунок 8: Интерференционный паттерн от 5-щелевого экрана, спроектированный на плоскость (x,z) , $d = 5 \cdot 10^{-8}$ м. Остальные параметры щелевой модельной реализации те же самые, как и на Рис. 5 и 6, за исключением принятого здесь масштабирования: X-scale=1:2, Z-scale=1:2, P-scale=2:1, и количества щелей. Фиолетовые волнистые кривые, которые прорисованы в верхней половине рисунка, показывают ход бомовских траекторий – траекторий, удовлетворяющих принципу наименьшего действия.

Фиолетовые волнистые кривые, прорисованные в верхней части рисунка, являются кривыми, представляющими ход бомовских траекторий – траекторий, удовлетворяющих *принципу наименьшего действия*. Прежде всего, следует обратить внимание, как и каким образом фиолетовые кривые заполняют пространство интерференционного паттерна. Они предпочитают группироваться в тех областях, где плотность вероятности показывает возвышенности (на рисунке этому соответствуют затемнения). И фиолетовые кривые избегают просветленных участков – участков, на которых плотность вероятности имеет провалы. В темных областях фиолетовые кривые проявляют тенденцию выстраиваться радиально, т.е., в параллель с ориентацией затемненных участков. А если имеет место пересечение светлых областей (вызванные, например, перетеканием из одной затемненной области к другой), то такие пересечения имеют тенденцию выстраиваться азимутально, т.е., тенденция к перпендикулярной ориентации по отношению к светлым участкам. При этом надо заметить, все бомовские траектории не пересекаются друг с другом.

Бомовские траектории являются геодезическими траекториями, которые находятся из минимизации интеграла действия [12]. Общая формула для нахождения траектории опирается на уравнение, вычисляющее скорость сдвига частицы по оси x [11, 14]

$$v_x = \frac{\hbar}{m} \operatorname{Im} \left(|\Psi(x, z)\rangle^{-1} \nabla |\Psi(x, z)\rangle \right). \quad (12)$$

В результате, текущее положение частицы вдоль какой-либо траектории находится из решения $x = x_0 + \int v_x dt$, $z = z_0 + v_z t$. Скорость вдоль оси z следует как результат трансляции волнового пакета по этой оси, $\exp\{i\omega t - ik_z z\}$, а именно $v_z = \hbar k_z / m$. Из формулы (12) видно, что скорость v_x пропорциональна градиенту волновой функции. А, следовательно, наибольших изменений траекторий можно ожидать в областях, где происходят заметные вариации плотности вероятности. С другой стороны, наличие члена $|\Psi(x, z)\rangle^{-1}$ в данной формуле значительно повышает значения скоростей в тех областях, где волновая функция имеет тенденцию стремиться к нулю. Такие повышения скоростей вынуждают частицу избегать областей, где плотность вероятности низкая или почти нулевая. Фиолетовые траектории, прорисованные на Рис.8, ясно демонстрируют вышеперечисленные признаки данной формулы.

Вольное заключительное обсуждение

В классической механике любая геодезическая траектория, найденная в результате применения принципа наименьшего действия, представляет собой реальную траекторию движения классического тела [15]. Пучок траекторий, покрывающих исследуемый рельеф, определяется из задания различных начальных условий, предопределяющих ту или иную траекторию. Каждая траектория единственна и при строгом задании начального положения и скорости классического тела исследователь будет наблюдать один и тот же путь тела. Незначительно изменив начальные условия, исследователь может обнаружить, что классическое тело будет двигаться уже по другой траектории, но близкой к прежней. Геодезические траектории нигде никогда не пересекаются и представляются пучками параллельных, в ближайшей окрестности, траекторий. Число траекторий, пересекающих пробную площадку δS , сохраняется, как бы долго ни продолжалось движение, и как бы ни деформировалась при этом пробная площадка. По сути, в этом наблюдении проявлен закон сохранения плотности траекторий, прошивающих пробную площадку, т.е., траектории нигде не исчезают и нигде не появляются. Нарушение этого закона в классической физике было бы равнозначно признанию телепортации - классические тела неожиданно исчезают и неожиданно объявляются вновь.

Интерпретация уравнения непрерывности плотности траекторий основывается на представлении несжимаемой жидкости, текущей вдоль путей, указанных геодезическими траекториями. Все физическое пространство, можно представить, заполнено несжимаемой жидкостью [15], текущей по указанным геодезическим траекториям направлениям. Несжимаемая жидкость – модельный объект механики сплошных сред. Базой для такой идеализации является опыт, который показывает, что в довольно широком классе течений многих жидкостей даже большие изменения давления не приводят к существенному изменению плотности. Такая среда заполняет пространство непрерывно, пренебрегая при этом ее молекулярным строением. Это значит, что длины дифференциальных приращений δx , δy , δz значительно превышают размеры молекул. А в пределах малого объема, $\delta \Omega = \delta x \delta y \delta z$, случается множество столкновений молекул. То, что принимается как бесконечно малое приращений в мат. анализе, здесь эти приращения включают в себя множество событий, усредняющих результирующий эффект. Именно по причине такого усреднения, уравнение непрерывности, представляемое в форме бесконечно малых приращений, правильно описывает потоки жидкости вдоль геодезических траекторий.

Поток жидкости – это часть неразрывно движущейся жидкости, ограничиваемая рельефом местности, который формирует русло потока.

Уравнение, описывающее закон сохранения плотности траекторий, констатирует факт непрерывности траекторий. В классической физике оно, уравнение непрерывности, никоим образом не оказывает влияния на судьбу траекторий в дальнейшем. Эта судьба определяется уравнением Гамильтона-Якоби.

Совершенно иная ситуация в квантовой механике. Здесь оба уравнения – уравнение непрерывности плотности вероятности и уравнение, описывающее ход траекторий (уравнение Гамильтона-Якоби), связаны посредством квантового потенциала Боме. Поскольку уравнение непрерывности имеет дело с амплитудой вероятности волновой функции, это приводит к тому, что траектории чувствительны к распределению волновой функции, заданной в исследуемом пространстве [16]. Если искать какой-либо аналог несжимаемой жидкости, то естественно предположить, что данная жидкость является квантовой [17] и при этом пребывает в сверхтекучем состоянии. Сверхтекучесть, в перспективе, означает возможность передачи возбуждений на большие расстояния без затухания – представьте абсолютно жесткий стержень, по одному концу которого нанесен удар молотком. Более того, такое сверхтекучее состояние квантовой жидкости (а в более строгом значении, вакуума) поддерживает запутанность квантовых объектов. Для нас сейчас важно то, что состояние такой квантовой жидкости определяется геометрией эксперимента. В нашем случае это щелевой экран, содержащий N щелей с заданными размерами щелей и расстояниями между ними. Подобная геометрия эксперимента задает распределение амплитуды вероятности состояний квантовой жидкости. Течение такой квантовой жидкости также происходит по указанным геодезическими траекториями направлениям. Но теперь уже ход геодезических траекторий зависит от плотности распределения квантовой жидкости. Также, впрочем, как и плотность распределения этой жидкости зависит от хода траекторий.

Теперь вопрос можно поставить в следующей плоскости, а именно: давайте будем рассеивать частицы на щелевом экране поодиночке. Как будет себя вести частица при достижении экрана? Будет ли она расщепляться на N “близнецов”, а после достижения детектора снова “схлопываться” в единственную частицу? Или она пройдет через одну щель, а далее последует по одной из бомовских траекторий? А может и нет никаких частиц, пока что-то там эдакое не выдаст детектор? При попытке ответить на подобные каверзные вопросы было “переломано множество копий”, но проблема, по сути, так и не решена до сих пор. Нет общего согласия. А, следовательно, проблема остается открытой.

Давайте представим, что бомовские (геодезические) траектории, которые находятся из принципа наименьшего действия, являются траекториями, указывающими эволюцию квантовой системы в будущем. Но начальное состояние частицы может быть задано с некоторой случайной погрешностью. Именно потому, что координата частицы и импульс частицы связаны друг с другом принципом неопределенности. В результате, частица начнет движение по какой-то случайно выбранной траектории. При подлете к экрану, траектория не будет расщепляться на N траекторий, проходящих одновременно через N щелей. Частица пройдет через ту щель, на которую выведет геодезическая траектория, случайно выбранная в начальный момент.

Рассмотрим пример подобного движения частицы, обращаясь к Рис.8. Изначально, пусть частица рассеялась на краю центральной щели и полетела по пути в направлении, указанном стрелкой a . Достигнув точки, указанной этой стрелкой, частица неожиданно меняет направление движения. И далее продолжает движение вдоль ручья, указанного

стрелкой b , совершая, по ходу движения, волнообразные отклонения от прямолинейного движения. Возникает вопрос, с чего это частица вдруг меняет направление движения в точке a ? А в след и другой вопрос, что принуждает частицу совершать волнообразные колебания по мере движения по направлению к точке b ? Чтобы дать вразумительные ответы на эти вопросы, надо допустить существование сформированного поля квантовой жидкости. А выражаясь в принятой, в настоящий момент, парадигме, существование поляризованного вакуумного поля – поляризованного, очевидно, прибором, роль которого играет экран, с прорезанными N щелями. Проявление этой поляризации выражено отличной от нуля плотностью вероятности волновой функции, показанной на Рис.8 в серых тонах. Взаимодействие частицы с этой квантовой жидкостью, описываемое через связь уравнений Гамильтона-Якоби и непрерывности посредством квантового потенциала Бом, приводит к вышеописанным вариациям бомовской траектории. Только что был изложен принцип дополнительности Бора. Согласно этому принципу, экспериментальная установка вместе с измерительным прибором должны рассматриваться, в купе с волновой функцией, как единая, целостная квантово-механическая система. Результаты измерения квантовой системы зависят от ее состояния, от устройства и состояния экспериментальной установки и измерительного устройства.

Здесь, как можно видеть, возрождается идея де Бройля дуальности волна-частица [18]: волна выполняет роль пилот-волны, несущей частицу от источника к детектору. Изъяном идеи являлось то, что она нагружалась скрытыми параметрами. Из-за чего она, в результате, была отвергнута. Оказывается, все что необходимо, уже содержится в уравнении Шредингера, а Бом показал [19] как и каким образом частица связана с пилот-волной, в нашем случае с квантовой жидкостью, или другими словами с поляризацией вакуума. Теперь понятие поляризация вакуума не воспринимается экстраординарным явлением, после того как голландский физик Хендрик Казимир предсказал в 1948 г. наличие энергетических колебаний физического вакуума из-за постоянного рождения и исчезновения в нём виртуальных частиц [20]. В этом ключе, изменения в направлении траектории частицы могут быть интерпретированы в терминах обмена виртуальными частицами с вакуумом. Вакуум имеет исключительно сложную структуру и он обладает всем набором свойств, которым могут обладать так же и частицы. Такое толкование восходит к континуальному интегралу Фейнмана [21]. По сути, предположение состоит в следующем: виртуальные пары временно возникающие и они же аннигилирующие по прошествию короткого промежутка времени, такие пары зондируют траекторию частицы как вперед так и назад во времени [22, 23]. Дополнительная степень свободы, благодаря предоставлению обоих направлений во времени, дает возможность частице получать нелокальную информацию, необходимую для определения оптимального пути от источника до детектора без необходимости привлечения каких-то интеллектуальных частиц, умных наблюдателей, или множественных вселенных.

Благодарности

Автор выражает искреннюю благодарность Pira (ник), администратору сайта Квантовый Портал, http://quantmag.ppole.ru/index.php?option=com_smf&Itemid=34, за разработку и написание программы¹, вычисляющей плотности распределения волновой функции при рассеянии на N щелях и пучков бомовских траекторий. Результаты работы этой программы показаны на Рисунках 5, 7 и 8. Также Pira внесла ряд критических замечаний, возникших при чтении рукописи, которые значительно улучшили содержание.

¹ программа interference.exe доступна здесь <http://quantmag.ppole.ru/tmp/interference.zip>

Литература

1. Cronin, A. D., Schmiedmayer, J., and Pritchard, D. E., "Atom Interferometers", <http://arxiv.org/abs/0712.3703v1> (21 Dec 2007).
2. Berry, M., Marzoli, I., Schleich, W., "Quantum carpets, carpets of light", Physics World, June, pp. 1-6 (2001); <http://physicsworld.com/cws/article/print/133>
3. Сбитнев, В. И., "Рассеяние частиц на N-щелевом экране: ковры Талбота и дифракция в дальней зоне", Квантовая Магия, том 6, вып. 1, стр. 1101-1112 (2009).
4. Сбитнев, В. И., "Спиновая частица в магнитном поле - уравнение Паули и его расщепление на два уравнения для реальных функций", Квантовая Магия, том 5, вып. 2, стр. 2112-2131 (2008).
5. http://en.wikipedia.org/wiki/Talbot_effect
6. Sanz, A. S. and Miret-Artés, S., "Interplay of causticity and vorticality within the complex quantum Hamilton-Jacobi formalism", [arxiv:0710.2841](http://arxiv.org/abs/0710.2841) (15 Oct 2007).
7. Sanz, A. S. and Miret-Artés, S., "A trajectory-based understanding of quantum interference", [arxiv:0806.2105](http://arxiv.org/abs/0806.2105) (12 Jun 2007).
8. <http://ru.wikipedia.org/wiki/Гауссиана>
9. Mark, G. I., "Analysis of the spreading Gaussian wavepacket", Eur. J. Phys., vol. 18, pp. 247-250 (1997).
10. <http://mathworld.wolfram.com/FourierTransformGaussian.html>
11. Sanz, A. S. and Miret-Artés, S., "A causal look into the quantum Talbot effect", <http://arxiv.org/abs/quant-ph/0702224> (2007).
12. Сбитнев, В. И., "Бомовские траектории и парадигма интегрирования по путям. Комплексная Лагранжева механика", Квантовая Магия, том 5, вып. 4, стр. 4132-4147 (2008).
13. http://en.wikipedia.org/wiki/Ultracold_neutrons
14. Davidović, M., Arsenović, D., Božić, M., Sanz, A. S., Miret-Artés, S. "Should particle trajectories comply with the transverse momentum distribution?", Eur. Phys. J. Special Topics 160, 95 (2008), e-print: [arxiv: 0803.2606](http://arxiv.org/abs/0803.2606)
15. Ланцош, К., Вариационные принципы механики, (Мир, М., 1965).
16. http://en.wikipedia.org/wiki/Bohm_interpretation
17. Вижье, Жан-Пьер "Доклад о парадоксе Эйнштейна-Подольского-Розена". В сборнике переводов: Проблемы физики: классика и современность. Под редакцией Г.-Ю. Тредера, (М., МИР, 1982).
18. Де Бройль Л. "Останется ли квантовая механика индетерминистической?" В сборнике переводов: Вопросы причинности в квантовой механике. Под редакцией Я.П. Терлецкого и А.А. Гусева, (М. ИЛИЗдат, 1955).
19. Bohm, D., "A suggested interpretation of the quantum theory in terms of "Hidden Variables"", Physical Review, vol. 85, pp. 166-193, (1952).
20. Casimir, H. G. B. "On the attraction between two perfectly conducting plates." Proc. Con. Ned. Akad. van Wetensch vol. B51 no. 7, pp. 793-796 (1948); "Casimir effect", http://en.wikipedia.org/wiki/Casimir_effect
21. Фейнман, Р. и Хиббс, А. Квантовая механика и интегралы по траекториям, (Мир, М., 1968).
22. Ord, G. N. and Mann, R. B. "Entwined pairs and Schrödinger's equation", Annals of Physics, vol. 308, pp. 478-492 (2003).
23. Ord, G. N., Gualtieri, J. A., and Mann, R. B. "A physical basis for the phase in Feynman path integration", e-print: [arxiv:0411005](http://arxiv.org/abs/0411005) , (31 Oct 2004).