

## Теорема Белла: наивный взгляд экспериментатора

Ален Аспект

Избранные главы. Перевод с англ.: Путенихин П.В.

(Получена 14 февраля 2007; опубликована 15 апреля 2007)

Перевод разделов 2–5 статьи «Bell's theorem: the naive view of an experimentalist», Alain Aspect. Статья тесно связана с другой работой Алена Аспекта – описанием знаменитого эксперимента 1982 года: «Experimental Test of Bell's Inequalities Using Time-Varying Analysers». Рассматриваемая работа Аспекта содержит подробное и доходчивое описание теоретической части эксперимента – выявление противоречия квантовой механики и теории локального реализма, описание концептуальной модели теории дополнительного параметра в свете теоремы Белла: невозможно найти теорию дополнительного параметра, которая воспроизводит все предсказания квантовой механики. Наглядно выведено известное неравенство Белла в версии Клаузера – Хорна – Шимони – Хольта: CHSH - неравенство.

### 2. ПОЧЕМУ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ? МЫСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ ЭЙНШТЕЙНА-ПОДОЛЬСКОГО-РОЗЕНА-БОМА

#### 2.1. Схема эксперимента

Давайте рассмотрим оптический вариант мысленного эксперимента ЭПР в версии Бома (рис. 1). Источник  $S$  испускает пару фотонов с различными частотами  $\nu_1$  и  $\nu_2$ , разлетающихся противоположно по оси  $Oz$ . Предположим, что вектор состояния поляризации, описывающий пару:

$$|\Psi(n_1, n_1)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|x, x\rangle + |y, y\rangle\} \quad (1)$$

где  $|x\rangle$  и  $|y\rangle$  - линейные состояния поляризации. Это состояние замечательно: не может быть разложено на два состояния, привязанных к каждому фотону, так что мы не можем приписать никакого определенного состояния каждому фотону. В частности мы не можем назначать никакую поляризацию для каждого фотона. Такое состояние, описывающее систему нескольких объектов, о которых можно думать только глобально, является *запутанным состоянием*.

Мы производим линейные измерения поляризации на этих двух фотонах анализаторами I и II. Анализатор I в направлении  $\mathbf{a}$  снабжен двумя датчиками и дает результаты + или -, если встречена линейная поляризации параллельная или перпендикулярная к  $\mathbf{a}$ . Анализатор II в направлении  $\mathbf{b}$  действует аналогично  $\ddagger$ .

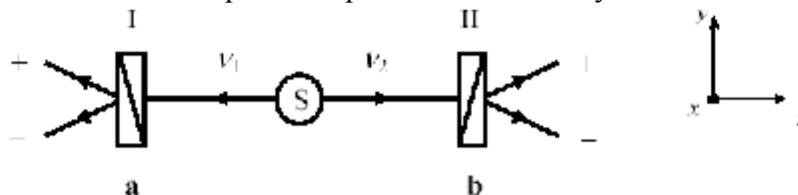


Рис. 1. Мысленный эксперимент Эйнштейна-Подольского-Розена-Бома с фотонами. Два фотона  $\nu_1$  и  $\nu_2$ , испускаемый в состоянии  $|\Psi(1,2)\rangle$  из уравнения (1), проанализированы линейными поляризаторами в направлениях  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$ . Можно измерять вероятности одинарного или парного обнаружения в каналах поляризаторов.

Легко получить квантово-механические предсказания для этих измерений поляризации одинарных или парных. Рассмотрим сначала одиночные вероятности  $P_{\pm}(a)$  получения результатов  $\pm$  для фотона  $\nu_1$ , и точно так же одиночные вероятности  $P_{\pm}(b)$  получения результатов  $\pm$  на фотоне  $\nu_2$ . Квантовая механика предсказывает:

---

‡ Есть непосредственное соответствие с мысленным экспериментом ЭПР в версии Бома, имеющим дело с парой частиц со спином  $1/2$  в синглетном состоянии, проанализированном двумя фильтрами Штерна-Герлаха.

$$\begin{aligned} P_+(\mathbf{a}) &= P_-(\mathbf{a}) = 1/2 \\ P_+(\mathbf{b}) &= P_-(\mathbf{b}) = 1/2 \end{aligned} \quad \text{(Q.M.)} \quad (2)$$

Эти результаты находятся в согласии с замечанием, что мы не можем назначить поляризацию каждому фотону так, чтобы каждое индивидуальное измерение поляризации дало случайный результат. Теперь позвольте нам рассмотреть вероятности  $P_{\pm\pm}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  совместных обнаружений  $v_1$  и  $v_2$  в каналах + или - поляризаторов I или II в направлениях  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$ . Квантовая механика предсказывает:

$$\begin{aligned} P_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) &= P_{--}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{1}{2} \cos^2(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \\ P_{+-}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) &= P_{-+}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{1}{2} \sin^2(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \end{aligned} \quad \text{(Q.M.)} \quad (3)$$

Мы собираемся показать, что эти квантово-механические предсказания имеют далеко идущие последствия.

## 2.2. Корреляции

Рассмотрим сначала специфическую ситуацию  $(\mathbf{a}, \mathbf{b})=0$ , когда поляризаторы параллельны. Квантовые Механические предсказания для вероятностей совместного обнаружения (уравнение 3):

$$\begin{aligned} P_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{a}) &= P_{--}(\mathbf{a}, \mathbf{a}) = \frac{1}{2} \\ P_{+-}(\mathbf{a}, \mathbf{a}) &= P_{-+}(\mathbf{a}, \mathbf{a}) = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Согласно этому результату и принимая во внимание (2) мы заключаем, что когда фотон  $v_1$  найден в + канале поляризатора I,  $v_2$  найден с достоверностью в + канале II (аналогично для каналов -). Для параллельных поляризаторов, таким образом, установлена полная корреляция между индивидуальными случайными результатами измерений поляризации двух фотонов  $v_1$  и  $v_2$ .

Удобным способом измерения величины корреляции между случайными величинами является вычисление коэффициента корреляции. Для измерений поляризации, рассмотренных выше, он равен

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = P_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) + P_{--}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - P_{+-}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - P_{-+}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \quad (5)^*$$

Используя предсказание (3) Квантовой Механики, мы находим коэффициент корреляции

$$E_{QM}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \cos 2(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \quad (6)$$

В специфическом случае параллельных поляризаторов  $((\mathbf{a}, \mathbf{b})=0)$ , мы находим  $E_{QM}(0)=1$ : это подтверждает, что корреляция полная.

Итак, квантово-механические вычисления показывают, что хотя каждое индивидуальное измерение дает случайные результаты, эти случайные результаты коррелированы, как показывает уравнение (6). Для параллельной (или перпендикулярной) ориентации поляризаторов корреляция полная ( $|E_{QM}| = 1$ ).

### 2.3. Трудность представления формализма Квантовой Механики

Как наивный физик я люблю поднимать вопрос поиска простых образов, чтобы понять эти сильные корреляции. Наиболее естественный способ найти образное представление, состоит, возможно, в квантово-механических вычислениях, ведущих к (3). Фактически есть несколько способов сделать эти вычисления. Очень прямой должен проектировать вектор состояния (1) в собственные векторы состояния результата. Это дает немедленно объединенные вероятности (3). Однако так как это вычисление опирается на векторы состояния, описывающие глобально эти два фотона, я не знаю, как построить картину в нашем обычном пространстве.

Чтобы преодолеть эту проблему и идентифицировать отдельно эти два измерения, произведенные на обоих концах эксперимента, мы можем разделить объединенное измерение на два шага. Предположим, например, что сначала имеет место измерение на фотоне  $v_1$  и дает результат  $+$  на поляризаторе  $I$  в направлении  $\mathbf{a}$ . Результат  $+$  (связанный с состоянием поляризации  $|\mathbf{a}\rangle$ ) имеет вероятность  $1/2$ . Чтобы продолжать вычисление, мы должны тогда использовать постулат о редукции вектора состояния, который заявляет что после этого измерения, новый вектор состояния  $|\Psi'(n_1, n_2)\rangle$ , описания пары получен проектированием начального вектора состояния  $|\Psi(n_1, n_2)\rangle$  (уравнение 1) на собственное пространство, привязанное к результату  $+$ : это двумерное собственное пространство имеет основание  $\{|\mathbf{a}, x\rangle, |\mathbf{a}, y\rangle\}$ . Используя соответствующий проектор, мы найдем после небольшой алгебры

$$|\Psi'(n_1, n_2)\rangle = |\mathbf{a}, \mathbf{a}\rangle \quad (7)$$

Это означает, что немедленно после первого измерения фотон  $v_1$  получает поляризацию  $|\mathbf{a}\rangle$ : это очевидно, потому что это было измерено поляризатором, ориентированным по  $\mathbf{a}$ , и был получен  $+$  результат. Более удивительно, отдаленный фотон  $v_2$ , который еще не взаимодействовал ни с каким поляризатором, также спроектировался в состояние  $|\mathbf{a}\rangle$  с определенной поляризацией, параллельной той, которая найдена для фотона  $v_1$ . Это удивительное заключение, однако, ведет к правильному заключительному результату (3), начиная с прямого применения закона Малуса, что последующее измерение, выполненное по  $\mathbf{b}$  на фотоне  $v_2$  будет вести к

$$P_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{1}{2} \cos^2(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \quad (8)$$

Поэтому вычисление в два шага дает тот же самый результат, что и прямое вычисление. При измерении в два шага возникает следующая картина:

- i. Фотон  $v_1$ , который не имел явно определенной поляризации перед ее измерением, получает поляризацию, связанную с полученным результатом, во время его измерения: это не удивительно.
- ii. Когда измерение на  $v_1$  сделано, фотон  $v_2$ , который не имел определенной поляризации перед этим измерением, проектируется в состояние поляризации, параллельное результату измерения на  $v_1$ . Это очень удивительно, потому что это изменение в описании  $v_2$  происходит мгновенно, безотносительно расстояния между  $v_1$  и  $v_2$  в момент первого измерения.

Эта картина находится в противоречии с относительностью. Согласно Эйнштейну, событие в данной области пространства-времени не может находиться под влиянием события, произошедшего в пространстве-времени, которое отделено пространственно-подобным интервалом. Неразумно пытаться найти более приемлемые картины, чтобы «понять» ЭПР-корреляции. Это такая картина, которую мы рассматриваем теперь.

#### **2.4. Дополнительные параметры**

Корреляции между отдаленными измерениями на двух разделенных системах, которые предварительно взаимодействовали, обычны в классическом мире. Например, если механический объект с нулевым линейным (или угловым) импульсом раздроблен на две части некоторым внутренним процессом, линейный (или угловой) импульсы двух отдельных частей остаются равными и противоположными в случае свободного развития. В общем случае, когда каждый фрагмент подвержен некоторому воздействию, эти два импульса остаются коррелированными, так как они в момент определения получили начальные значения, которые имели совершенно определенную сумму.

Заманчиво использовать такую классическую картину, чтобы вести счет ЭПР-корреляции в термине общих свойств этих двух систем. Позвольте нам снова рассмотреть полную корреляцию измерений поляризации в случае параллельных поляризаторов  $(\mathbf{a}, \mathbf{b})=0$ . Когда мы находим  $+$  для  $v_1$ , мы уверены, что найдем  $+$  также и для  $v_2$ . Таким образом, мы можем признать, что есть некоторая сущность (Эйнштейн сказал «элемент физической реальности»), имеющая отношение к этой специфической паре и определению результата  $++$ . Для другой пары, когда результаты  $--$ , мы можем аналогично призвать общую сущность, определяющую результат  $--$ . Тогда достаточно признать, что половина пар испускается с сущностью  $++$ , а половина - с сущностью  $--$ , чтобы воспроизвести все результаты измерения в этой конфигурации. Обратите внимание, что в этих свойствах, отличающихся от одной пары к другой, не принят во внимание квантово-механический вектор состояния  $|\Psi(v_1, v_2)\rangle$ , который является одним и тем же для всех пар. Это - то, почему мы можем заключить с Эйнштейном, что *Квантовая Механика - не полна*. И это - то, почему такие дополнительные свойства названы «*дополнительными параметрами*» или «*скрытыми переменными*» \*

---

\* Эйнштейн на самом деле не говорил о «скрытых переменных» или «дополнительных параметрах», а скорее об «элементах физической реальности». Соответственно, многие авторы говорят скорее о «реалистических теориях», а не о «теориях со скрытыми переменными» или «теориях дополнительных переменных».

Как заключение, кажется возможно «понять» ЭПР-корреляции как классически выглядящую картину, привлекая дополнительные параметры, отличающиеся от пары к паре. Можно надеяться возратить статистические квантово-механические предсказания, когда усреднение производится по дополнительным параметрам. Кажется, что таковой была позиция Эйнштейна [5,6,7]. Обратите внимание, что в этой стадии рассуждений признание этих положений не вступает в противоречие с квантовой механикой: нет никаких логических проблем полностью принять предсказания квантовой механики и применить дополнительные параметры, дающие приемлемую картину ЭПР-корреляций. Это предполагает рассмотрение Квантовой Механики как описание Статистической Механики более глубокого уровня.

### 3. НЕРАВЕНСТВА БЕЛЛА

#### 3.1. Формализм

Тремя десятилетиями после статьи ЭПР, Белл перевел в математику предшествующее обсуждение и явно представил дополнительные параметры, обозначив их  $I$ . Их распределение на ансамбле испускаемых пар определено вероятностью распределение  $r(I)$ , такой что

$$\begin{aligned} r(I) &\geq 0 \\ \int dI r(I) &= 1 \end{aligned} \quad (9)$$

Для данной пары, характеризуемой данным дополнительным параметром  $I$ , результаты измерения задаются двузначными функциями

$$\begin{aligned} A(I, \mathbf{a}) &= \pm 1 \quad \text{для анализатора I (в направлении } \mathbf{a}) \\ B(I, \mathbf{b}) &= \pm 1 \quad \text{для анализатора II (в направлении } \mathbf{b}) \end{aligned} \quad (10)$$

Специфическая Теория Дополнительных Параметров полностью определена явной формой функций  $r(I)$ ,  $A(I, \mathbf{a})$  и  $B(I, \mathbf{b})$ . Отсюда легко выразить вероятности различных результатов измерений. Например, отметим, что функция  $\frac{1}{2}[A(I, \mathbf{a}) + 1]$  принимает значение +1 для + результата и 0 иначе (и аналогично  $\frac{1}{2}[1 - B(I, \mathbf{b})]$  принимает значение +1 для - результата и 0 иначе), мы можем записать

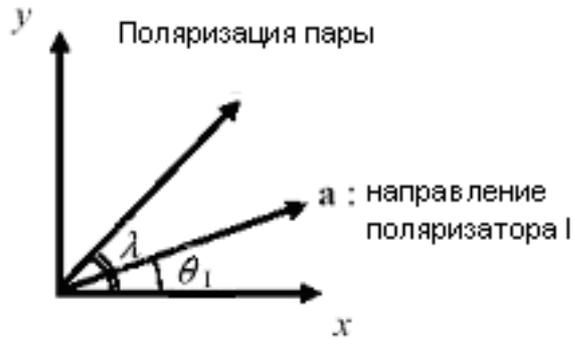
$$\begin{aligned} P_+(\mathbf{a}) &= \int dI r(I) \frac{[A(I, \mathbf{a}) + 1]}{2} \\ P_{+-}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) &= \int dI r(I) \frac{[A(I, \mathbf{a}) + 1]}{2} \frac{[1 - B(I, \mathbf{b})]}{2} \end{aligned} \quad (11)$$

Точно так же функция корреляции принимает простую форму

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \int dI r(I) A(I, \mathbf{a}) B(I, \mathbf{b}) \quad (12)$$

### 3.2. Пример (наивный) теории дополнительного параметра

Как пример Теории Дополнительного Параметра мы представляем модель, где каждый фотон, путешествующий вдоль Oz, как предполагается, имеет явно определенную линейную поляризацию, определенный его углом ( $I_1$  или  $I_2$ ) с осью X. Чтобы объяснять сильную корреляцию, мы предполагаем, что два фотона одной пары испускаются с одной и той же линейной поляризацией, определенной общим углом  $I$  (рис. 2).



**Рис.2 - Наивный пример.** Каждая пара фотонов имеет «направление поляризации», определенное  $I$ , которое является дополнительным параметром модели. Поляризатор  $I$  делает поляризационное измерение по  $\mathbf{a}$ , под углом  $q_1$  от оси X.

Поляризации различных пар беспорядочно распределены, согласно вероятности распределение  $r(I)$ , поэтому мы берем вращательный инвариант:

$$r(I) = \frac{1}{2\pi} \quad (13)$$

Чтобы закончить нашу модель, мы должны явно задать форму для функций  $A(\lambda, \mathbf{a})$  и  $B(\lambda, \mathbf{b})$ . Мы берем следующую форму

$$\begin{aligned} A(I, \mathbf{a}) &= \text{sign}\{\cos^2(q_1 - I)\} \\ B(I, \mathbf{b}) &= \text{sign}\{\cos^2(q_2 - I)\} \end{aligned} \quad (14)**$$

где углы  $q_1$  и  $q_2$  указывают ориентации поляризаторов. Обратите внимание, что эти формы очень разумны:  $A(\lambda, \mathbf{a})$  принимает значение +1, когда поляризация фотона  $v_1$  образует угол меньше чем  $\pi/4$  с направлением анализа  $\mathbf{a}$ , и -1 для дополнительного случая (поляризация ближе к перпендикуляру к  $\mathbf{a}$ ).

С этой явной моделью, мы можем использовать уравнения (11), чтобы вычислить вероятности различных измерений. Мы находим, например, одиночные вероятности

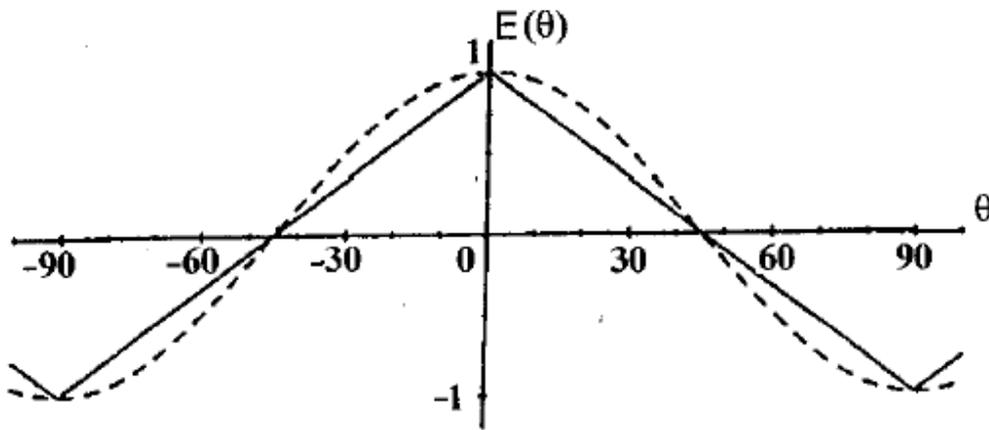
$$P_+(\mathbf{a}) = P_-(\mathbf{a}) = P_+(\mathbf{b}) = P_-(\mathbf{b}) = \frac{1}{2}, \quad (15)$$

идентичные квантово-механическим результатам. Модель также позволяет нам вычислить объединенные вероятности, или эквивалентно функцию корреляции, и мы находим, используя (12):

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = 1 - 4 \frac{|q_I - q_{II}|}{P} = 1 - 4 \frac{|\mathbf{a}, \mathbf{b}|}{P} \quad (16)$$

для  $-\frac{P}{2} \leq q_I - q_{II} \leq \frac{P}{2}$

Это - замечательный результат. Сначала обратите внимание, что  $E(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  зависит только от относительного угла  $(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ , как квантово-механическое предсказание (6). Кроме того, как показано на рисунке 3, различие между предсказаниями модели простых дополнительных параметров и предсказаниями квантовой механики всегда маленькие, и точно совпадает для углов 0 и  $\pi/2$ , то есть случаев полной корреляции. Этот результат, полученный с помощью чрезвычайно простой модели дополнительных параметров, является очень ободряющим, и можно было бы надеяться, что более сложная модель могла быть способна точно воспроизвести предсказания квантовой механики. *Открытие Белла - факт, что поиск таких моделей является безнадежным, что мы собираемся теперь показать.*



**Рис.3** - Коэффициент поляризационной корреляции, как функция относительной ориентации поляризаторов: (i) Пунктирная линия: КМ предсказание; (ii) сплошная линия: наивная модель.

### 3.3. Неравенства Белла

Есть много различных форм и демонстраций неравенств Белла. Мы даем здесь очень простую демонстрацию, ведущую к форме, непосредственно применимой к экспериментам \*\*.

Давайте рассмотрим выражение

$$\begin{aligned} s &= A(I, \mathbf{a}) \cdot B(I, \mathbf{b}) - A(I, \mathbf{a}) \cdot B(I, \mathbf{b}') + A(I, \mathbf{a}') \cdot B(I, \mathbf{b}) + A(I, \mathbf{a}') \cdot B(I, \mathbf{b}') \\ &= A(I, \mathbf{a}) [B(I, \mathbf{b}) - B(I, \mathbf{b}')] + A(I, \mathbf{a}') [B(I, \mathbf{b}) + B(I, \mathbf{b}')] \end{aligned} \quad (17)$$

Помня, что эти четыре величины  $A$  и  $B$  принимают только значение  $\pm 1$ , простой осмотр второй строки (17) показывает, что

$$s(I, \mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}') = \pm 2 \quad (18)$$

Среднее значение  $s$  по  $\lambda$  поэтому заключено между  $+2$  и  $-2$

$$-2 \leq \int dI r(I) \cdot s(I, \mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}') \leq 2 \quad (19)$$

Согласно (12), мы можем переписать эти неравенства

$$-2 \leq S(\mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}') \leq 2 \quad (20)$$

где

$$S(\mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}') = E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - E(\mathbf{a}, \mathbf{b}') + E(\mathbf{a}', \mathbf{b}) + E(\mathbf{a}', \mathbf{b}') \quad (21)$$

Это BCHSH - неравенства, *то есть* неравенства Белла, выведенные Клаузером, Хорном, Шимони и Хольтом [8]. Они относятся к комбинации  $S$  из четырех коэффициентов корреляции поляризации, привязанным к двум направлениям анализа для каждого поляризатора ( $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}'$  для поляризатора  $I$ ,  $\mathbf{b}$  и  $\mathbf{b}'$  для поляризатора  $II$ ). Обратите внимание, что они применимы к любой теории Дополнительного Параметра самой общей формы, определенной в секции 3.1 (уравнения 9, 10, и 12), из которых наша наивная модель является только примером.

---

\*\* Важно видеть различие между неравенствами, которые показывают математическое противоречие между квантовой механикой, но без возможности экспериментального испытания с (обязательно) несовершенным аппаратом, и неравенства, позволяющие экспериментальное испытание при условии, что экспериментальное несовершенство остается в некоторых (допустимых) пределах.

## 4. КОНФЛИКТ С КВАНТОВОЙ МЕХАНИКОЙ

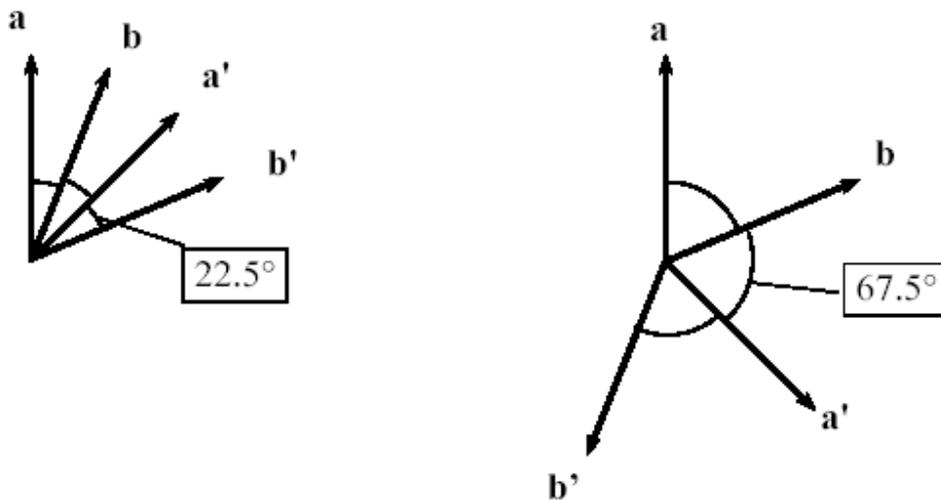
### 4.1. Очевидное

Мы можем использовать предсказания (6) квантовой механики для ЭПР-пар, чтобы оценить величину  $S(\mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}')$ , определенную уравнением (21). Для специфического набора ориентаций, показанных на рис. 4.а, результат

$$S_{QM} = 2\sqrt{2} \quad (22)$$

Это квантово-механическое предсказание определенно находится в противоречии с неравенством Белла (20) которое имеет силу для любой теории Дополнительного Параметра общей формы, определенной в §3.1.

Таким образом, мы нашли ситуацию, где квантово-механические предсказания не могут быть воспроизведены (mimicked) в соответствии с теориями дополнительного параметра. Это – сущность теоремы Белла: невозможно найти теорию дополнительного параметра, генеральная форма которой определена в §3.1, которая воспроизводит **все** предсказания квантовой механики. Это утверждение, как обобщенно показано на рис.3, - для специфической модели дополнительного параметра, рассматриваемой в §3.2: модель точно воспроизводит предсказания квантовой механики для некоторых специфических углов (0,  $\pi/4$ ,  $\pi/2$ ), но несколько отклоняется от него под другими углами. Важность теоремы Белла состоит в том, что она – не ограничена специфической моделью теории дополнительного параметра, а является всеобщей.



*Рис.4 – Направления, дающие самый большой конфликт между неравенствами Белла и Квантовой Механикой.*

### 4.2. Максимальный конфликт

Интересно увидеть максимальное нарушение неравенствами Белла предсказаний квантовой механики. Возьмем квантово-механическое значение  $S$

$$S_{QM}(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{a}', \mathbf{b}') = \cos(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - \cos(\mathbf{a}, \mathbf{b}') + \cos(\mathbf{a}', \mathbf{b}) + \cos(\mathbf{a}', \mathbf{b}') \quad (23)$$

Это - функция трех независимых переменных  $(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ ,  $(\mathbf{b}, \mathbf{a}')$  и  $(\mathbf{a}', \mathbf{b}')$ . Заметим, что

$$(\mathbf{a}, \mathbf{b}') = (\mathbf{a}, \mathbf{b}) + (\mathbf{b}, \mathbf{a}') + (\mathbf{a}', \mathbf{b}')$$

Чтобы найти экстремум значения  $S_{QM}$ , мы приравняем нулю три частичные производные, и находим

$$(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = (\mathbf{b}, \mathbf{a}') = (\mathbf{a}', \mathbf{b}') = q \tag{24}$$

и

$$\sin q = \sin 3q \tag{25}$$

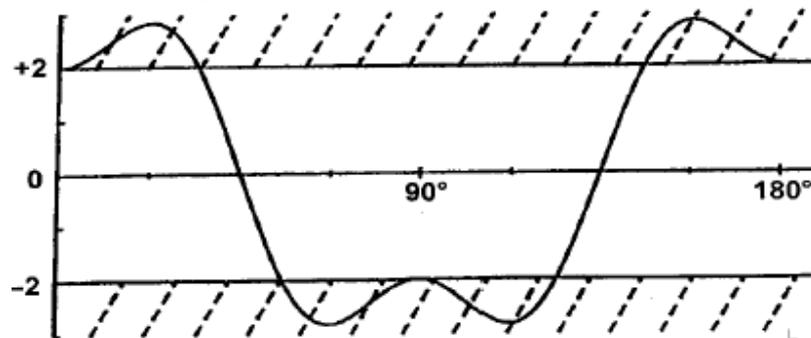
Мы подготовили на рис.5 функцию  $S_{QM}(\theta)$ , вычисленную для условия (24). Показано, что абсолютный максимум и минимум  $S_{QM}$  равны

$$S_{QM} = 2\sqrt{2} \text{ для } q = \pm \frac{p}{8} \tag{26}$$

$$S_{QM} = -2\sqrt{2} \text{ для } q = \pm \frac{3p}{8} \tag{27}$$

Эти значение - решения (25). Соответствующие наборы ориентаций показаны на рис.4. Они дают максимальные нарушения неравенств Белла.

Более обобщенно на рис.5 показано, что есть полный диапазон ориентаций, ведущих к конфликту с неравенствами Белла. Однако, также ясно, что есть много наборов ориентаций, для которых нет никакого конфликта.



**Рис.5** -  $S(\theta)$ , как предсказано квантовой механикой для ЭПР-пар. Конфликт с неравенством Белла происходит, когда  $|S|$  больше 2, и это - максимум для наборов ориентаций, приведенных на рис.4.

## 5. ОБСУЖДЕНИЕ: ЛОКАЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ

Сформулируем теорему Белла в следующем виде: квантовая механика находится в противоречии с любой теорией дополнительного параметра, как определено в §3.1, так как это нарушает выводы (неравенства Белла) любой такой теории. На этой стадии интересно увидеть гипотезы, лежащие в основе формализма, представленного в §3.1. Тогда можно

надеяться указать определенная гипотезу, ответственную за конфликт. Поэтому мы теперь исследуем различные гипотезы, лежащие в основе теорий дополнительного параметра, представленных в секции 3.1.

Первая гипотеза - существование дополнительных параметров. Как мы видели, они были введены, чтобы осуществить учет корреляций на расстоянии. Эта гипотеза действительно связана с концепцией реальности, как выражено Эйнштейном, где понятие отдельных физических реальностей для разделенных частиц является значащим. Можно даже получить существование дополнительных параметров из общих утверждений о физической реальности в духе идей Эйнштейна [9]. Кажется, что гипотезы в этом духе абсолютно неизбежно приводят к неравенствам, находящимся в противоречии с квантовой механикой.

Вторая гипотеза предполагает детерминизм. Фактически, формализм секции 3.1 детерминирован: как только  $\lambda$  установлен, результаты  $A(I, \mathbf{a})$  и  $B(I, \mathbf{b})$  измерения поляризации стали определены. Кто-то скажет, что это может быть серьезным основанием для конфликта с недетерминированным формализмом квантовой механики. Фактически, как сначала показал Белл в [10], и впоследствии было развито в [11], легко обобщить формализм секции 3.1 к *стохастическим* теориям дополнительного параметра, где детерминированные функции измерения  $A(I, \mathbf{a})$  и  $B(I, \mathbf{b})$  заменены вероятностными функциями. Тогда другие найдут, что неравенства Белла все еще держатся, и что конфликт не исчезает. Поэтому является общепринятым, что детерминированный характер формализма – не причина для конфликта [12].

Наиболее важной гипотезой, как подчеркнуто Беллом во всех его статьях, является локальный характер формализма секции 3.1. Мы действительно неявно приняли, что результат  $A(I, \mathbf{a})$  измерения в поляризаторе  $I$ , не зависит от ориентации  $\mathbf{b}$  удаленного поляризатора  $II$ , и наоборот. Точно так же принимается, что вероятностное распределение  $\rho(I)$  (*то есть* путь, по которому пары испускаются) не зависят от ориентации  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$ . Это *локальное предположение* является критическим: неравенства Белла не могли бы обойтись без них. Действительно ясно, что демонстрация § 3.3 терпит неудачу с выражениями типа  $A(I, \mathbf{a}, \mathbf{b})$  и  $\rho(I, \mathbf{a}, \mathbf{b})$ .

Закключаем, что это две гипотезы, которые, кажется, с необходимостью получают неравенства Белла, и, следовательно, конфликт с квантовой механикой:

- отдаленные корреляции могут быть поняты представлением о дополнительных параметрах, относящихся к отделенным частицам, в духе идей Эйнштейна, когда отдельные объекты имеют отдельные физические реальности.
- выражения  $A(I, \mathbf{a})$  и  $B(I, \mathbf{b})$ , и  $\rho(I)$  подчиняются *локальному условию*, *то есть* они не зависят от ориентации отдаленного поляризатора.

Это – те главные условия, почему квантовая механика находится в противоречии с локальным реализмом.

**Примечания переводчика:**

Нумерация страниц и нижний колонтитул данного перевода соответствуют оригиналу.

\* В последнем слагаемом исправлен порядок знаков в индексе. В оригинале выражение (5) имеет вид:

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = P_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) + P_{--}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - P_{+-}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - P_{-+}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \quad (5)$$

\*\* Исправлено:  $\cos^2$  вместо  $\cos 2$ . В оригинале выражение (14) имеет вид:

$$\begin{aligned} A(I, \mathbf{a}) &= \text{sign}\{\cos 2(q_I - I)\} \\ B(I, \mathbf{b}) &= \text{sign}\{\cos 2(q_{II} - I)\} \end{aligned} \quad (14)$$

### Литература

1. Оригинал статьи: BELL'S THEOREM : THE NAIVE VIEW OF AN EXPERIMENTALIST  
Alain Aspect, Institut d'Optique Théorique et Appliquée Bâtiment 503-Centre universitaire  
d'Orsay 91403 ORSAY Cedex – France [http://quantum3000.narod.ru/papers/edu/aspect\\_bell.zip](http://quantum3000.narod.ru/papers/edu/aspect_bell.zip)
2. Aspect A., Dalibard J., Roger G., Experimental Test of Bell's Inequalities Using Time-Varying  
Analysers. – Phys. Rev. Lett. 49, 25, (1982).  
([http://kh.bu.edu/qcl/pdf/aspect\\_a1982707d6d64.pdf](http://kh.bu.edu/qcl/pdf/aspect_a1982707d6d64.pdf))