

Почему проекция момента импульса всегда принимает целочисленные значения вдоль любой произвольно ориентированной оси?

Василий Янчилин

(получена 19 января 2006; изменена 25 января 2006; опубликована 1 февраля 2006)

В статье обсуждается исключительно квантовое явление – квантование проекции собственного момента импульса (спина) в магнитном поле. Это явление можно объяснить двумя различными способами. Первое объяснение сводится к тому, что квантовое состояние спина *не изменяется* в магнитном поле, а только разделяется на ряд базисных состояний, обладающих целочисленными проекциями спина. Второе объяснение состоит в том, что квантовое состояние спина *изменяется* в магнитном поле таким образом, что его проекция принимает целочисленное значение. К сожалению, второе объяснение часто встречается и в научных статьях и в серьезных монографиях по квантовой механике. В данной статье показано, что оно неверно и создаёт путаницу в простом вопросе.

1. Опыт Штерна-Герлаха

Одним из наиболее интересных свойств квантового объекта является то, что проекция его собственного момента импульса (спина) всегда кратна либо постоянной Планка (целый спин), либо половине постоянной Планка (полуцелый спин). Возьмем, к примеру, электрон, спин которого равен $1/2$. Какую произвольно ориентированную ось мы бы ни выбрали, проекция собственного момента импульса электрона, измеренная вдоль неё, всегда будет равна либо $+1/2 \hbar$, либо $-1/2 \hbar$. Не правда ли, это выглядит странно?

Впервые это парадоксальное свойство квантового момента (спина) было экспериментально обнаружено Штерном и Герлахом в 1922 году. Рассмотрим этот эксперимент. Предположим, есть множество одинаковых незаряженных частиц, обладающих одинаковым по модулю магнитным моментом, направление которого у каждой частицы ориентировано в пространстве случайным образом. Что произойдет, если пропустить эти частицы через сильно неоднородное магнитное поле, так называемый прибор Штерна-Герлаха (рис. 1)?

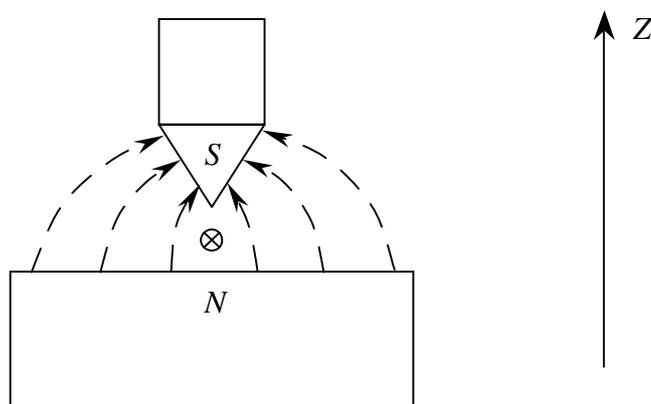


Рис. 1. Прибор Штерна-Герлаха

Магнитное поле создается между двумя магнитными полюсами, один из которых плоский, а другой – сильно заостренный. В результате напряженность магнитного поля возрастает у острого полюса и уменьшается у плоского. Частицы пропускаются между магнитными полюсами перпендикулярно плоскости рисунка, в месте, помеченном «крестиком».

Энергия магнитного момента $\vec{\mu}$ в магнитном поле \vec{B} равна:

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu B \cos\theta \quad (1)$$

Здесь θ – угол между направлением магнитного момента и направлением магнитного поля.

Согласно классической электродинамике вектор магнитного момента будет прецессировать в магнитном поле с частотой $\omega = \mu B/J$ (где J – момент импульса). При этом его проекция вдоль направления магнитного поля будет все время оставаться неизменной. В неоднородном магнитном поле энергия магнитного момента зависит от величины поля (1) и, следовательно, изменяется от точки к точке. Поэтому на магнитный момент будет действовать сила:

$$F_z = -\frac{\partial U}{\partial z} = \mu \cos\theta \frac{\partial B}{\partial z} \quad (2)$$

Эта сила будет направлена вдоль градиента поля (на рисунке – вверх), если проекция магнитного момента вдоль магнитного поля положительна, и против градиента поля (на рисунке – вниз), если эта проекция отрицательна.

Итак, теперь мы можем сказать, что должно произойти с нашими частицами, согласно классической электродинамике, если мы пропустим их через прибор Штерна-Герлаха (рис. 2).

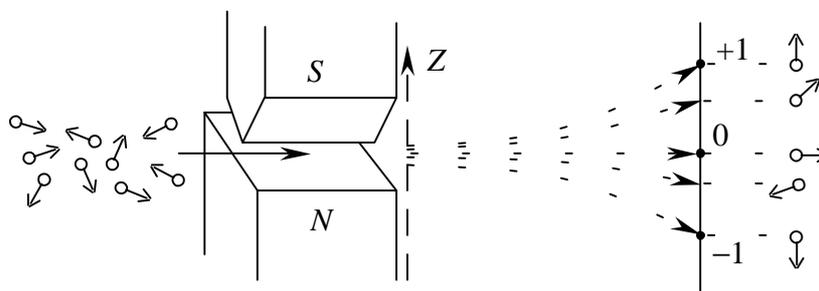


Рис. 2.

У одних частиц направление магнитного момента (на рисунке направления магнитных моментов у частиц схематично изображены маленькими стрелками) будет совпадать с направлением градиента магнитного поля в приборе Штерна-Герлаха (ось Z). Эти частицы, пройдя через прибор, отклонятся вверх на максимально возможную величину и попадут в точку +1. У других частиц направление магнитного момента будет противоположно градиенту поля, и они, отклонившись вниз на максимально возможную величину, попадут в точку -1. Магнитный момент всех остальных частиц будет ориентирован под некоторым углом к оси Z , и эти частицы попадут во все точки между точками -1 и +1. Чем меньше проекция момента на ось Z , тем слабее действующая на частицу сила и тем меньше она отклоняется от прямолинейного пути. Если магнитный момент частицы направлен под прямым углом к оси Z , то сила, действующая на такую частицу, будет равна нулю, и частица, двигаясь по прямой линии, попадет в точку 0.

В эксперименте Штерна-Герлаха использовались атомы серебра. Электронное облако этого химического элемента устроено таким образом, что суммарный орбитальный момент всех электронов равен нулю. Момент импульса, создаваемый спинами всех электронов, находящихся на заполненных электронных оболочках, также равен нулю, так как на каждой электронной орбите находится по два электрона с противоположно направленными спинами. Поэтому момент импульса атома серебра создается спином одного-единственного неспаренного электрона, находящегося на внешней электронной оболочке.

Соответственно и магнитный момент атома серебра равен собственному магнитному моменту этого электрона (существует еще, конечно, магнитный момент ядра, но он примерно в тысячу раз меньше и в данном эксперименте им можно пренебречь). Таким образом, атом серебра обладает спином $1/2$ и магнитным моментом $\mu = e\hbar/2m$ (где e – заряд электрона, m – его масса).

Атомы серебра нагревались в печи до газообразного состояния. Затем при помощи специально подобранных коллиматоров из них вырезался узкий пучок атомов, обладающих практически одинаковой скоростью, и направлялся в прибор Штерна-Герлаха. Магнитные моменты атомов серебра, нагретых до высокой температуры, были случайным образом ориентированы в пространстве. Поэтому, исходя из здравого смысла, можно было ожидать следующее. Разные атомы серебра, проходя через прибор Штерна-Герлаха, должны были отклониться на разные углы либо вверх, либо вниз так, как показано на рис. 2. Но этого не произошло. Все атомы разделились *строго* на два пучка. Верхний пучок соответствовал атомам с проекцией спина $+1/2$, нижний – проекции спина $-1/2$ (см. рис. 3).

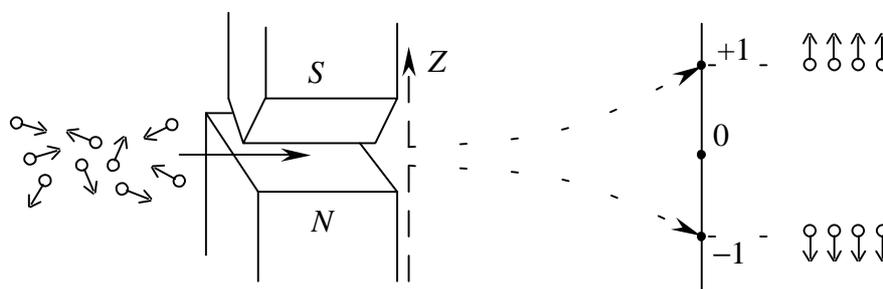


Рис. 3.

Создавалось впечатление, что никаких других проекций магнитного момента атомы серебра не имеют! Но ведь ясно, что это не так! Атомы серебра прошли через раскалённую печь, и никакого выделенного направления в ориентации их магнитных моментов быть не могло.

А что будет, если повернуть прибор Штерна-Герлаха на некоторый угол θ относительно первоначального направления? Как в этом случае разделится пучок атомов серебра? Если атомы серебра имели вдоль оси Z проекцию спина либо $+1/2$, либо $-1/2$, то какую проекцию они будут иметь вдоль оси Z' , которая повернута на угол θ ? Не могут же атомы серебра иметь проекцию спина равную $1/2$ вдоль любой произвольно ориентированной в пространстве оси! Оказалось, что могут. Как ни крутили Штерн и Герлах свой прибор, результат был один и тот же. Атомы серебра всегда разделялись строго на два пучка: верхний, с проекцией спина $+1/2$, и нижний, с проекцией спина $-1/2$. Научная общественность того времени, еще не привыкшая к причудам квантового мира, была в шоке.

Создавалось впечатление, что атомы серебра будто бы знали заранее, как будет ориентирован в пространстве прибор Штерна-Герлаха, и успевали изменить проекцию спина прежде, чем попасть в прибор, каждый раз озадачивая экспериментаторов. Спустя много лет американский физик Джон Уилер попытается «перехитрить» квантовые частицы, для чего предложит провести так называемый эксперимент с отложенным выбором (см., например, [1, с.95]). Но перехитрить микромир ни ему, ни кому-либо другому все равно не удастся.

Вот что писал о странном поведении субатомных частиц Вернер Гейзенберг, один из создателей квантовой механики [2]:

Я вспоминаю многие дискуссии с Бором, длившиеся до ночи и приводившие нас почти в отчаяние. И когда я после таких обсуждений предпринимал прогулку в соседний парк, передо мной снова и снова возникал вопрос, действительно ли

природа может быть такой абсурдной, какой она предстает перед нами в этих атомных экспериментах.

А вот как комментировал эксперимент Штерна-Герлаха Ричард Фейнман в своих лекциях по физике [3]:

Факт квантования момента количества движения – вещь настолько удивительная, что мы поговорим немного об ее истории. Ученый мир был буквально потрясен, когда было сделано это открытие (даже несмотря на то, что это ожидалось теоретически). Первыми экспериментально наблюдали этот факт Штерн и Герлах в 1922 г. Если хотите, опыт Штерна и Герлаха можно рассматривать как прямое подтверждение квантования момента количества движения.

2. Эксперименты с поляризованными частицами

В Фейнмановских лекциях по физике [4] подробно рассмотрены различные эксперименты по влиянию неоднородного магнитного поля на проекцию магнитного момента. Ниже кратко изложены наиболее важные результаты этих экспериментов.

Допустим, мы пропустили атомы серебра (или какие-либо другие незаряженные частицы со спином $1/2$) через прибор Штерна-Герлаха. После этого, при помощи непроницаемой перегородки, перекрыли путь частицам из нижнего пучка, а верхний пучок снова направили в прибор Штерна-Герлаха. Что в этом случае случится с верхним пучком?

Если второй прибор ориентирован в пространстве точно так же, как и первый, то все частицы, пройдя через него, снова отклонятся вверх. Здесь все ясно. А что произойдет, если ось Z' второго прибора будет повернута на угол θ относительно оси Z первого (см. рис. 4)?

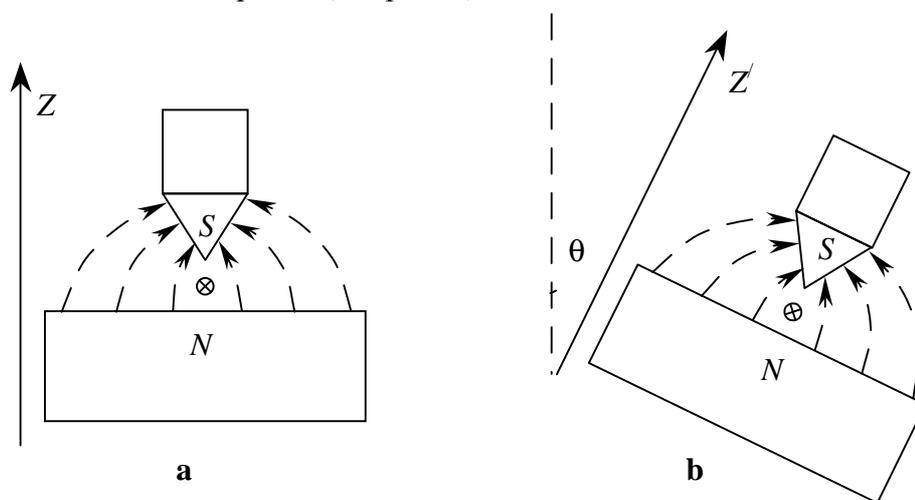


Рис. 4.

Частицы со спином $1/2$ пропускаются через прибор Штерна-Герлаха (а). Затем частицы, отклонившиеся вверх, пропускаются через второй прибор Штерна-Герлаха, ось которого повернута на угол θ (б).

Если угол θ много меньше прямого угла, то подавляющее число частиц, прошедших через второй прибор, отклонится вверх, ведя себя так, как будто проекция их момента в точности равна $+1/2$ вдоль новой оси Z' . А небольшая часть частиц отклонится вниз. Проекция их момента на ось Z' будет в точности равна $-1/2$. Чем больше будет угол θ , тем меньше частиц отклонится вверх и больше – вниз. При $\theta = 90^\circ$ интенсивности обоих пучков сравняются.

Мы рассмотрели поведение большого числа частиц. А что будет происходить с одной частицей? Например, возьмем один атом серебра и пропустим его через прибор Штерна-Герлаха. Если первоначально спин атома серебра не имел какого-либо выделенного направления, то он, пройдя прибор, с одинаковой вероятностью может отклониться либо вверх, либо вниз. Предположим, он отклонился вверх. И если теперь мы пропустим его через второй *точно так же ориентированный* прибор Штерна-Герлаха, то он со сто процентной вероятностью снова отклонится вверх.

Пропустим теперь этот атом серебра через прибор Штерна-Герлаха, ось Z' которого повернута на угол θ . Если угол θ равен 90° , то с вероятностью $1/2$ атом серебра будет вести себя как частица, которая имеет проекцию спина $+1/2$ вдоль оси Z' , и с вероятностью $1/2$ как частица, которая имеет проекцию спина $-1/2$ вдоль оси Z' . В любом случае проекция спина атома *изменится*. Почему?! Какой механизм скрывается за этим процессом?

Иногда можно услышать следующее мнение, к сожалению, весьма распространенное:

Согласно классической электродинамике ни проекция момента импульса, ни проекция магнитного момента в магнитном поле измениться не может. Но в квантовой механике дело обстоит иначе. Проекция момента импульса может иметь только целочисленные значения. Поэтому при внесении квантового объекта в магнитное поле, проекция его момента изменяется таким образом, чтобы иметь целое (или полуцелое) значение в единицах \hbar вдоль направления поля.

Вот что, к примеру, написано об этом в маленькой энциклопедии «Физика микромира» [5]:

В однородном магнитном поле магнитный момент только меняет ориентацию; лишь в неоднородном поле он движется поступательно либо вдоль поля, либо против поля в зависимости от направления по отношению к полю.

Вышеизложенное мнение неверно. Необходимо подчеркнуть, что магнитный момент *не меняет* свою ориентацию в магнитном поле. Проекция момента импульса всегда сохраняется не только в классической механике, но и в квантовой.

Можно напомнить, что существует глубокая связь между законами сохранения и симметрией пространства-времени (смотри, например, [4,6]). В частности, сохранение момента импульса следует из изотропии пространства. При наличии магнитного поля остаётся симметрия относительно поворотов пространства вокруг линии магнитного поля. Именно этой изотропии как раз и соответствуют сохранение компоненты момента импульса (а значит, и компоненты магнитного момента), направленной вдоль магнитного поля. Получается, что при внесении магнитного момента в магнитное поле должна сохраняться именно проекция момента вдоль направления поля. Почему же тогда она не сохраняется?

3. Две точки зрения на поведение спина в магнитном поле

Теперь можно подвести итоги и сформулировать основной вопрос, на который мы собираемся ответить в этой статье.

Пусть атом серебра (для простоты мы будем рассматривать частицу со спином $1/2$, но наши рассуждения можно будет легко обобщить на частицу с произвольным спином) имеет проекцию спина $+1/2$ вдоль оси Z . Пропустим его

через прибор Штерна-Герлаха, главная ось Z' которого повернута на некоторый угол θ относительно оси Z . Предположим, атом серебра, пройдя через прибор, отклонился вверх, то есть он оказался в состоянии с проекцией спина $+1/2$ на ось Z' . Требуется объяснить, *почему* проекция спина атома изменилась (была $+1/2$ вдоль оси Z , стала $+1/2$ вдоль оси Z'). Требуется также объяснить, *что именно* происходило с атомом серебра, когда он проходил через прибор Штерна-Герлаха.

Здесь можно, конечно, задать и другой вопрос: почему вообще квантуется момент импульса? Но на него мы отвечать не будем, так как он подробно освещен и в научной, и в учебной литературе, в частности в Фейнмановских лекциях по физике [4].

Чтобы лучше понять, *что именно* происходит с квантовым объектом в магнитном поле, необходимо вспомнить основной принцип квантовой механики – принцип суперпозиции: если в некоторый момент времени объект может находиться в состоянии **A**, а в другой момент – в состоянии **B**, то он также может находиться в состоянии **A** и в состоянии **B** *в один и тот же момент времени*. Например, если электрон может пройти через одно отверстие или через другое, то он также может пройти через оба отверстия *одновременно*. Необходимо подчеркнуть, что принцип суперпозиции, несмотря на свою парадоксальность, это многократно проверенный эксперимент факт. Интерпретация принципа суперпозиции, основанная на понятии дискретного движения, подробно обсуждается в [7].

Рассмотрим атом серебра и какую-нибудь случайно ориентированную ось Z . Атом может находиться в состоянии с проекцией спина $+1/2$ вдоль оси Z (обозначим это состояние $|\uparrow Z\rangle$) и $-1/2$ (обозначим $|\downarrow Z\rangle$). Следовательно, он может находиться одновременно в обоих этих состояниях. Скажем, с амплитудой A_+ в состоянии $+1/2$ (и, следовательно, с вероятностью $|A_+|^2$) и с амплитудой A_- – в состоянии $-1/2$ (и, следовательно, с вероятностью $|A_-|^2$):

$$|\Psi\rangle = A_+|\uparrow Z\rangle + A_-|\downarrow Z\rangle \quad (3)$$

Теперь предположим, что мы пропустили этот атом через прибор Штерна-Герлаха, ориентированный в пространстве параллельно оси Z . Что произойдет с ним?

Если бы атом серебра находился в состоянии $|\uparrow Z\rangle$, то он отклонился бы вверх, если в состоянии $|\downarrow Z\rangle$, то вниз. А так как атом находится *одновременно* в обоих этих состояниях, то, исходя из принципа суперпозиции, можно сделать вывод, что он отклонится и вверх, и вниз *одновременно*! То есть с амплитудой A_+ атом серебра будет двигаться по верхнему пути, а с амплитудой A_- – по нижнему.

То есть в данном случае атом, будучи квантовым объектом, проявляет волновые свойства и движется как волна, разделенная на два волновых пакета, *одновременно по обоим путям*.

Итак, существуют две точки зрения на поведение атома серебра (или любого другого квантового объекта) в магнитном поле.

Первая точка зрения. Когда атом попадает в неоднородное магнитное поле, он разделяется на два волновых пакета: верхний – с проекцией спина $+1/2$ вдоль силовых линий магнитного поля и нижний – с проекцией спина $-1/2$. При этом амплитуды верхнего и нижнего состояний таковы, что ориентация его спина остается *неизменной*.

Вторая точка зрения. Когда атом попадает в магнитное поле, ориентация его спина изменяется таким образом, чтобы проекция спина вдоль силовых линий стала равной $\pm 1/2\hbar$ (смотри, например, [5]).

Вторая точка зрения ошибочна. Она не учитывает волновые свойства атома и не берет в расчет принцип суперпозиции. Единственно правильная точка зрения – первая, так как она непосредственно следует из принципа суперпозиции – основного принципа квантовой механики.

4. Сравнение проекции спина с обычным вектором

Для того чтобы сделать первую точку зрения более понятной и наглядной, здесь уместно привести следующее сравнение. Рассмотрим вектор $\overset{\bullet}{A}$ в обычном трехмерном пространстве и некоторую произвольно ориентированную систему координат X, Y, Z . Мы можем представить вектор $\overset{\bullet}{A}$ в виде суммы его проекций вдоль осей X, Y, Z :

$$\overset{\bullet}{A} = A_x \overset{\bullet}{e}_x + A_y \overset{\bullet}{e}_y + A_z \overset{\bullet}{e}_z \quad (4)$$

Здесь A_x, A_y, A_z – некоторые численные коэффициенты, а $\overset{\bullet}{e}_x, \overset{\bullet}{e}_y, \overset{\bullet}{e}_z$ – система ортогональных единичных базисных векторов.

Теперь возьмем другую систему координат X', Y', Z' , иначе ориентированную в пространстве. Система единичных базисных векторов $\overset{\bullet}{e}'_x, \overset{\bullet}{e}'_y, \overset{\bullet}{e}'_z$ будет в ней уже другая, и разложение вектора $\overset{\bullet}{A}$ по базисным векторам примет вид:

$$\overset{\bullet}{A} = A'_x \overset{\bullet}{e}'_x + A'_y \overset{\bullet}{e}'_y + A'_z \overset{\bullet}{e}'_z \quad (5)$$

Где численные коэффициенты A'_x, A'_y, A'_z будут отличны от коэффициентов A_x, A_y, A_z .

Выражение (4) – это разложение вектора $\overset{\bullet}{A}$ по базисным векторам в системе координат X, Y, Z , а выражение (5) – в системе X', Y', Z' . То есть один и тот же вектор можно *по-разному* разложить на базисные вектора в зависимости от нашего выбора системы координат.

Квантовое состояние атома серебра можно охарактеризовать определенным набором импульсов и координат (непрерывным, дискретным или смешанным) и состоянием его спина. Для того чтобы задать состояние спина, нужно выбрать произвольно ориентированную ось Z и задать два комплексных числа A_+ и A_- . Где A_+ – амплитуда вероятности того, что атом имеет проекцию спина $+1/2$ вдоль оси Z , а A_- – амплитуда вероятности, что он имеет проекцию спина $-1/2$. Два этих комплексных числа и ориентация оси Z полностью определяют состояние спина. Если мы выберем некоторую ось Z' , по-другому ориентированную в пространстве, то при помощи так называемой матрицы преобразования (см. например [4]) сможем рассчитать новые амплитуды A'_+ и A'_- , которые будут описывать *то же самое* квантовое состояние спина атома.

Мы можем считать, что состояние спина является вектором в некотором особом пространстве. При этом роль произвольно ориентированной системы координат играет ось Z . А роль единичных ортогональных базисных векторов играют два состояния спина: состояние с проекцией $+1/2$ вдоль оси Z и состояние с проекцией спина $-1/2$ вдоль оси Z . Мы можем обозначить эти два базисных вектора, например, так (но можно, конечно, выбрать и любые другие обозначения):

$$|\uparrow Z\rangle \text{ и } |\downarrow Z\rangle$$

Тогда состояние спина мы можем представить в виде вектора:

$$\overset{\bullet}{A}_{spin} = A_+ |\uparrow Z\rangle + A_- |\downarrow Z\rangle \quad (6)$$

Если мы выберем по-другому ориентированную в пространстве ось Z' , то тот же вектор спина \vec{A}_{spin} (то же самое квантовое состояние спина) мы можем представить в виде:

$$\vec{A}_{spin} = A'_+ |\uparrow Z'\rangle + A'_- |\downarrow Z'\rangle \quad (7)$$

Нас не удивляет, что обычный вектор можно разложить на базисные вектора по-разному, в зависимости от ориентации системы координат. Но точно также и вектор спина (квантовое состояние спина) можно разложить по-разному на базисные состояния, в зависимости от ориентации оси Z .

Чтобы сделать аналогию между состоянием спина и вектором в обычном пространстве более наглядной, рассмотрим тело массы m , лежащее на наклонной плоскости (см. рис. 5).

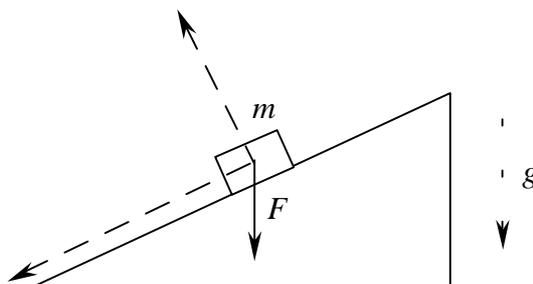


Рис. 5

Мы можем разложить вектор силы тяжести $\vec{F} = m\vec{g}$ на разные проекции, в зависимости от выбора осей координат. Но в данном случае наиболее естественные оси – это ось параллельная наклонной плоскости и ось перпендикулярная к ней. Проекция силы тяжести на наклонную плоскость «тянет» тело вдоль нее, а перпендикулярная проекция «прижимает» тело к плоскости. В зависимости от угла наклона плоскости эти проекции будут разными, хотя вектор тяжести будет один и тот же.

В случае спина в магнитном поле роль такой «естественной» оси играет ось параллельная силовым линиям магнитного поля. И наибольший физический смысл имеет, конечно же, разложение спинового вектора на два базисных состояния $|\uparrow Z\rangle$ и $|\downarrow Z\rangle$ вдоль этой оси. Если же поле неоднородно, то спиновый вектор не только разложится на два этих базисных состояния, но образовавшиеся базисные состояния (точнее образовавшиеся волновые пакеты, в каждом из которых находится частица в определённом базисном состоянии) начнут двигаться в разных направлениях: одно вдоль градиента поля, другое – в противоположном направлении. Это уже исключительно особенность квантовой механики – наглядное проявление корпускулярно-волнового дуализма.

5. Поведение отдельного атома в приборе Штерна-Герлаха

Теперь мы можем в деталях описать, что именно происходит с каждым атомом серебра в эксперименте Штерна-Герлаха.

Пусть атом серебра движется к прибору Штерна-Герлаха, и его спин случайным образом ориентирован в пространстве. Когда атом входит в неоднородное магнитное поле, квантовое состояние его спина (спиновый вектор \vec{A}_{spin}) расщепляется на два базисных состояния – с проекциями $+1/2$ и $-1/2$ вдоль линии магнитного поля (ось Z):

$$\vec{A}_{spin} = A_+ |\uparrow Z\rangle + A_- |\downarrow Z\rangle \quad (8)$$

Амплитуды этих состояний полностью определяются начальной ориентацией спина относительно магнитного поля.

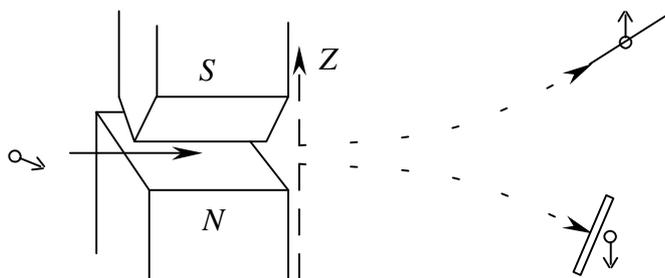


Рис. 6.

Атом серебра, пройдя через прибор Штерна-Герлаха, расщепляется на два волновых пакета. Если мы перекроем детектором путь нижнему волновому пакету, то атом серебра либо будет зарегистрирован детектором, имея спин $-1/2$, либо не будет зарегистрирован детектором, и тогда он целиком окажется в верхнем пучке, имея спин $+1/2$.

Предположим, мы перекрываем каким-либо классическим прибором (регистрирующей пластинкой, детектором, вообще любым макрообъектом, взаимодействующим с атомом серебра) путь нижнему волновому пакету, в котором атом серебра имеет амплитуду A_- и проекцию спина $-1/2$ (см. рис. 6). Тогда в результате взаимодействия нижнего волнового пакета с классическим прибором происходит редукция волновой функции, так называемый квантовый скачок (если говорить точнее, то редукция волновой функции – это математическое описание квантового скачка). При этом с вероятностью $|A_-|^2$ атом серебра регистрируется прибором, имея проекцию спина $-1/2$, а верхний волновой пакет бесследно исчезает (процесс редукции волновой функции подробно рассмотрен в [1,7]). Соответственно, с вероятностью $1 - |A_-|^2 = |A_+|^2$ атом не регистрируется прибором, при этом бесследно исчезает нижний волновой пакет, а вероятность обнаружить атом серебра в верхнем волновом пакете скачком возрастает до единицы. В этом случае атом серебра целиком оказывается в верхнем пучке и имеет проекцию спина $+1/2$.

Аналогичным образом проходят прибор Штерна-Герлаха и все остальные атомы серебра. Если спины отдельных атомов были ориентированы хаотически и не имели какого-то выделенного направления, то средние значения амплитуд A_+ и A_- будут равны, и пучок атомов разделится на два одинаковых пучка. Если же в ориентации спинов было выделенное направление, то интенсивность двух пучков будет разной. При этом не имеет значения, как ориентирован прибор Штерна-Герлаха, в любом случае пучок разделится строго на два базисных состояния $|\uparrow Z\rangle$ и $|\downarrow Z\rangle$.

Если через прибор Штерна-Герлаха пропустить частицы не со спином $1/2$, а с более высоким спином j (не важно, целым или полуцелым), то единственное отличие в их поведении будет следующее. В общем случае, частица со спином j имеет $2j + 1$ базисных состояний: $-j, -j + 1, \dots, +j$, и поэтому каждая частица разделится на $2j + 1$ волновых пакета с различными амплитудами. При этом пучок частиц разделится строго на $2j + 1$ частей.

Итак, необходимо подчеркнуть, что когда частица со спином j оказывается в магнитном поле, ни проекция ее спина, ни ее квантовое состояние не изменяются. Но происходит *разложение* её квантового состояния на $2j + 1$ базисных состояний. А если поле неоднородное, то квантовое состояние *расщепляется* на эти базисные состояния, образуя $2j + 1$ волновых пакетов, которые начинают удаляться друг от друга. Частица приобретает целочисленную проекцию спина только в момент ее регистрации (вообще говоря, в момент ее локализации при взаимодействии с классическим объектом). При этом вероятность обнаружить ее в состоянии с определенной целочисленной проекцией спина пропорциональна квадрату модуля амплитуды этой проекции.

6. Эксперименты, подтверждающие первую точку зрения

А существуют ли эксперименты, подтверждающие первую точку зрения и показывающие несостоятельность второй, к сожалению, широко распространенной точки зрения? Да, существуют. Эти эксперименты обсуждаются, например, в Фейнмановских лекциях по физике [4]. И сейчас мы используем наиболее важные их результаты.

Для того чтобы показать несостоятельность второй точки зрения и справедливость первой, нужно осуществить эксперимент, для которого понадобятся два обычных прибора Штерна-Герлаха и один модифицированный. Модифицированный прибор состоит из трёх последовательно соединённых приборов Штерна-Герлаха. Первый и третий приборы – одинаковы, а второй представляет собой в два раза более протяжённый магнит, магнитное поле которого имеет противоположное направление (см. рис. 7).

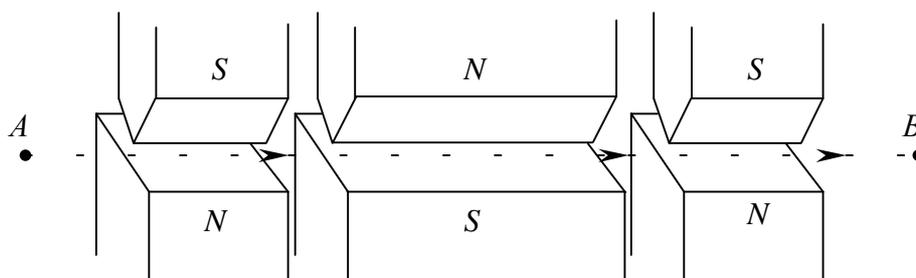


Рис. 7. Модифицированный прибор Штерна-Герлаха

Назначение этого прибора состоит в том, что сначала пучок частиц расщепляется на $2j + 1$ частей, соответствующих $2j + 1$ базисным состояниям, а затем эти части снова собираются вместе (рис. 8).

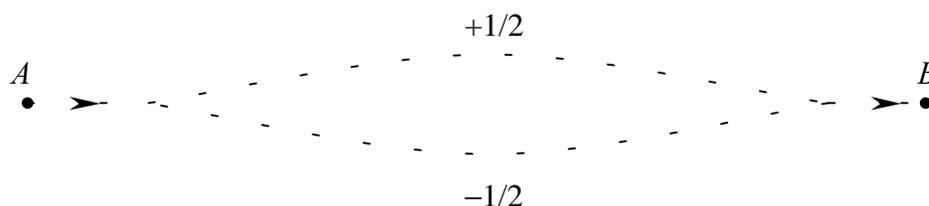


Рис. 8. Движение частиц со спином $1/2$ через модифицированный прибор Штерна-Герлаха

Рассмотрим уже знакомые нам атомы серебра, которые имеют только два базисных состояния. Пропустим сначала пучок атомов серебра через обычный прибор Штерна-Герлаха. Затем выделим верхний пучок атомов и пропустим его

через модифицированный прибор, главная ось Z' которого повернута на угол $\theta = 90^\circ$ относительно главной оси Z первого прибора. Наконец, пучок атомов, вышедший из модифицированного прибора, пропустим через обычный прибор Штерна-Герлаха, главная ось Z'' которого параллельна оси Z первого прибора.

Теперь посмотрим, какие результаты этого эксперимента мы можем ожидать, основываясь сначала на второй, а затем на первой точках зрения.

Вторая точка зрения. Атомы серебра, попадая в первый прибор, изменяют проекции своих спинов либо на $+1/2$, либо на $-1/2$ вдоль оси Z . Затем атомы верхнего пучка, попадая во второй (модифицированный) прибор, изменяют проекции своих спинов либо на $+1/2$, либо $-1/2$ вдоль оси Z' . Так как $\theta = 90^\circ$, то у половины атомов спин становится равным $+1/2$ и у половины $-1/2$. Затем эти два пучка, соединенных вместе, попадают в третий прибор, ось Z'' которого параллельна оси Z и перпендикулярна оси Z' . У половины атомов, имеющих спин $+1/2$ вдоль оси Z' , ориентация спина изменится на $+1/2$ вдоль оси Z'' и у половины атомов, имеющих спин $-1/2$ вдоль оси Z' , ориентация спина также изменится на $+1/2$ вдоль оси Z'' . То есть половина атомов, вылетающих из третьего прибора, будет иметь спин $+1/2$, и вторая половина, соответственно, спин $-1/2$.

Первая точка зрения. Каждый атом серебра, попадая в первый прибор, разделяется на два волновых пакета, соответствующих двум базисным состояниям со спином $+1/2$ и спином $-1/2$ вдоль оси Z . После того как мы выделяем верхний пучок, блокируя нижний, происходит редукция волновой функции, и каждый атом серебра оказывается либо в верхнем, либо в нижнем пучке. В результате выделенный верхний пучок состоит из атомов серебра, имеющих спин $+1/2$ вдоль оси Z (пока мы получили тот же результат, что и во второй точке зрения). Затем мы пропускаем этот верхний пучок атомов через второй (модифицированный) прибор. При этом каждый атом серебра разделяется на два волновых пакета со спином $+1/2$ и $-1/2$ вдоль оси Z' . Так как ось Z' перпендикулярна оси Z , то амплитуды этих состояний по модулю будут равны между собой. Проходя первую половину модифицированного прибора Штерна-Герлаха, эти волновые пакеты, представляющие собой базисные состояния, будут удаляться друг от друга, а, проходя вторую половину прибора, они, наоборот, будут сближаться. То есть действие модифицированного прибора сводится к следующему. Сначала в нем квантовое состояние спина разделяется на базисные состояния, а затем эти базисные состояния снова сходятся вместе, естественно, образуя в результате то же самое квантовое состояние спина. Согласно этой точке зрения из модифицированного прибора вылетают атомы *в том же самом* квантовом состоянии, в каком они попадают в него. В данном случае – с проекцией спина $+1/2$ вдоль оси Z . И если теперь вылетевшие из второго прибора атомы мы пропустим через третий прибор (ось Z'' которого параллельна оси Z), то все они без исключения отклонятся вверх.

Итак, согласно второй точке зрения только половина атомов, выйдя из третьего прибора, должна отклониться вверх, а вторая – вниз. Но согласно первой точке зрения все они должны отклониться вверх.

Эксперимент показывает, что все без исключения атомы серебра, вышедшие из третьего прибора, отклоняются вверх. Таким образом, он опровергает вторую точку зрения и подтверждает первую.

Более того, мы можем взять частицы с произвольным спином j , который имеет $2j + 1$ базисных состояний. И, кроме того, произвольным образом изменять ориентации всех приборов. Результат будет один и тот же. Наличие модифицированного прибора Штерна-Герлаха *никак* не скажется на поведении частиц. Квантовое состояние спина частицы, прошедшей через

модифицированный прибор Штерна-Герлаха (если, конечно, в нём отсутствуют перегородки, перекрывающие путь какому-либо из пучков), будет оставаться *в точности тем же самым*, как будто бы частица и не проходила через этот прибор (см. например [4,с.72]). Ясно, что это противоречит второй точке зрения, согласно которой ориентация спина изменяется в магнитном поле. И полностью подтверждает первую точку зрения, согласно которой ориентация спина *не изменяется* в магнитном поле, а только *разделяется* на новые базисные состояния.

7. Резюме

Подведем итоги. Частица, спин которой направлен вверх, проходя через прибор Штерна-Герлаха, отклоняется вверх, а частица, спин которой направлен вниз, отклоняется, соответственно, вниз. Поэтому, основываясь на принципе суперпозиции, мы можем утверждать следующее.

Во-первых, частица может находиться *одновременно* и в состоянии «спин вверх» (амплитуда A_+) и в состоянии «спин вниз» (амплитуда A_-):

$$\check{A}_{spin} = A_+ |\uparrow Z\rangle + A_- |\downarrow Z\rangle$$

Во-вторых, проходя через прибор Штерна-Герлаха, такая частица будет двигаться *сразу по обоим путям*: с амплитудой A_+ – по верхнему, с амплитудой A_- – по нижнему.

При регистрации частицы (при взаимодействии с классическим объектом) происходит редукция волновой функции, и частица оказывается либо вверху (вероятность $|A_+|^2$), либо внизу (вероятность $|A_-|^2$).

8. Трудные вопросы, выходящие за рамки данной статьи

После всего вышесказанного возникает следующее затруднение. Предположим, спин частицы был ориентирован перпендикулярно главной оси Z прибора Штерна-Герлаха. То есть такая частица, проходя через прибор, движется с вероятностью $1/2$ по верхнему пути и с вероятностью $1/2$ – по нижнему. Предположим, в момент регистрации частицы она оказывается вверху, то есть ее спин направлен вверх. Получается, перед тем как войти в прибор, ее спин был направлен перпендикулярно оси Z , а после прохождения прибора и последующей регистрации – параллельно оси Z . При этом при прохождении прибора состояние спина не изменилось, а только расщепилось на новые базисные состояния. Получается, что проекция спина изменилась в момент регистрации частицы во время редукции. Но ведь спин – это момент импульса, и он является сохраняющейся величиной, то есть в замкнутой системе полный момент импульса должен оставаться неизменным. За счет чего в таком случае изменилась проекция спина частицы?

И здесь мы подходим к очень интересной и важной проблеме – проблеме измерения в квантовой механике. Эта проблема касается не только измерения момента импульса, но и измерения любой сохраняющейся величины, например, импульса или энергии.

Действительно, частица может находиться в некотором состоянии с импульсом \check{p}_1 (обозначим $|\Psi(\check{p}_1)\rangle$) и в состоянии с импульсом \check{p}_2 (обозначим $|\Psi(\check{p}_2)\rangle$). Значит, согласно принципу суперпозиции частица может находиться в состоянии:

$$|\Psi\rangle = A_1 |\Psi(\check{p}_1)\rangle + A_2 |\Psi(\check{p}_2)\rangle \quad (9)$$

Где A_1, A_2 – произвольные комплексные числа, удовлетворяющие условию нормировки: $|A_1|^2 + |A_2|^2 = 1$.

Пусть для простоты $\dot{p}_1 \parallel \dot{p}_2$ и $p_2 > p_1$. Это означает, что средний импульс частицы больше p_1 и меньше p_2 . Но при измерении импульса частицы мы не получим среднее значение импульса. С вероятностью $|A_1|^2$ мы получим p_1 , а с вероятностью $|A_2|^2$ – получим p_2 . То есть в одном случае мы получим меньшее значение импульса, а в другом – большее. Но ведь импульс *всегда* должен сохраняться! Куда исчезает недостающий импульс в одном случае, и откуда появляется лишний в другом?

В своё время эта проблема вынудила Нильса Бора усомниться в справедливости законов сохранения импульса и энергии в микромире. И в 1924 году Бор совместно с Крамерсом и Слетером выдвинул гипотезу, что законы сохранения нарушаются в отдельно взятом элементарном процессе и соблюдаются лишь статистически в среднем [8].

Рассмотрим другой пример. Пусть атом, находящийся в возбужденном состоянии, испускает фотон и переходит в обычное состояние. Так как время такого перехода конечно, то энергия испущенного фотона будет неопределенной. То есть фотон будет обладать непрерывным набором энергий вблизи некоторого среднего значения ϵ_0 (рис. 9).

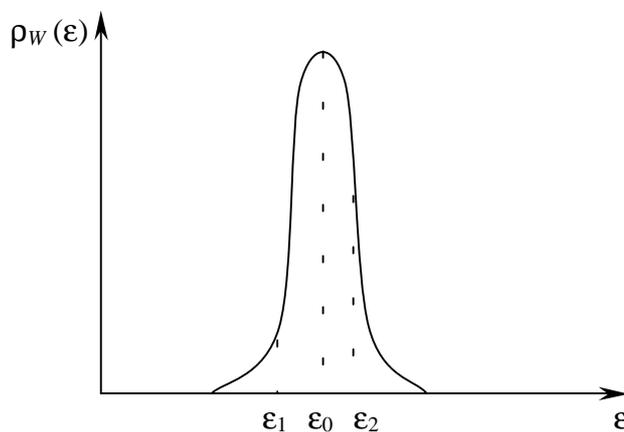


Рис. 9.

Фотон излучается атомом за конечное время и, следовательно, *не может* обладать определённой частотой. Поэтому и энергия фотона также неопределённая. То есть фотон обладает непрерывным набором энергий вблизи некоторого среднего значения ϵ_0 . Вероятность обнаружить у фотона энергию ϵ пропорциональна $\rho_W(\epsilon)$.

Мы всегда можем измерить энергию фотона с любой нужной нам точностью (трудности здесь только технические), то есть погрешность в измерении энергии можно сделать значительно меньше, чем неопределенность в энергии фотона. При этом мы можем получить любое значение энергии из непрерывного набора энергий, какими обладает фотон. Допустим, мы получили значение энергии несколько выше ϵ_0 , например, ϵ_2 . Откуда в этом случае взялся небольшой излишек энергии? А если измеренная энергия фотона оказалась несколько ниже ϵ_0 , например ϵ_1 , то куда исчезла недостающая энергия? На все эти вопросы мы постараемся дать ответ в одной из следующих статей.

Литература

1. Янчилин В. Неопределённость, Гравитация, Космос. М.: Едиториал УРСС, 2003.
2. Гейзенберг В. Физика и философия // Физика и философия. Часть и целое. М.: Наука, 1989, с.17.

3. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике, т. 2, выпуск 7. М.: Мир, 1977, с.114.
4. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике, т. 3, выпуски 8-9. М.: Мир, 1978.
5. Григорьев В., Мякишев Г., Широков Ю. Квантовая механика // Физика микромира (Маленькая энциклопедия). М.: Советская энциклопедия, 1980, с.37.
6. Ландау Л., Лифшиц Е. Механика. М.: Наука, 1988.
7. Янчилин В. Логика квантового мира и возникновение Жизни на Земле. М.: Новый Центр, 2004.
8. Бор Н., Крамерс Г., Слетер Дж. Квантовая теория излучения // Бор Н. Избранные научные труды в 2-х томах, т. 1. М.: Наука, 1970, с.526-541.