

О естественном пределе локализации квантовых объектов

Александр Климец
<http://aklimets.narod.ru>

(получена 18 января 2005; опубликована 15 марта 2005)

В статье показано, что естественным классическим пределом локализации квантовых объектов является фундаментальная планковская длина 10^{-33} см.

В связи с возникновением в квантовой физике понятия нелокальности представляет интерес проанализировать ситуацию возможного классического предела локализации квантовых объектов. Для этого рассмотрим понятие о метрической протяженности. Протяженность представляет собой одно из фундаментальных понятий и широко используется в физике и других науках. В классической (не квантовой) физике считалось одинаково возможным как неограниченное продолжение прямой в большом, так и ничем не ограниченное деление отрезка прямой на все более мелкие части вплоть до точки, которая достижима лишь при условии бесконечного продолжения операции дробления. Бесконечная протяженность и точка, лишенная протяжения, - два антипода, неразрывно связанные друг с другом и взаимно полагающие друг друга. Отказ от реального истолкования одного из этих образов влечет за собой отказ от реального истолкования и другого.

В современной физике микромира понятия точки и протяженности вызывают большие трудности. Поскольку в природе не существует агентов с бесконечно большой энергией, то и абсолютно точные измерения координат, т.е. нахождение пространственной точки, физически невозможны. Точечное событие объективно не существует в природе, поскольку оно требует для своей реализации бесконечной энергии. В физическом мире нет ничего такого, что соответствовало бы точке. Все эти обстоятельства, связанные с фиктивным характером точки, приводят к так называемой проблеме расходимостей - возникновению бесконечных значений заряда, массы, энергии...

Но раз нет точки как предела уменьшения протяженности, то само собой напрашивается мысль о введении некоторого последнего элемента протяженности в качестве предельного и далее неделимого. Единственное, что можно предположить в качестве абсолютного предела уменьшения протяженности (и следовательно, абсолютного предела точности измерения координат, длин и т.п.), - это некоторую минимальную протяженность, фундаментальную, или элементарную длину, меньше которой протяженность, по видимому, лишена всякого смысла.

Но положение чрезвычайно усложняется тем, что микрообъекты нельзя представить и в качестве протяженных объектов, даже если бы их протяженность совпадала по величине с указанной элементарной длиной. Если считать частицу протяженной, то не выполняется требование релятивистской инвариантности: нужно предположить частицу абсолютно жесткой и допустить сверхсветовые скорости распространения сигналов, если не бесконечные. Только абсолютно жесткая частица, в пределах протяженности которой физический сигнал

распространяется с бесконечной скоростью, т.е. мгновенно, будет обладать одним и тем же (инвариантным) размером в разных системах отсчета. Поэтому необходим отказ от понятий точки и протяженности применительно к внутренним областям этих элементарных объемов. Следовательно, элементарная длина есть последняя длина и "внутри" нее вовсе нет никаких длин, имеющих физический смысл. То же относится и к микрочастице. Отсюда и ее "нелокальность", т.е. пространственность ее экстерьера, и "непространственность" ее интерьера как выражение невозможности проникнуть "внутри" этой области данными взаимодействиями.

Таким образом, как общий итог, мы видим, что ни ограничение делимости протяженности в микромире, ни тем более принятие бесконечной делимости ее, рассматриваемые в отдельности или совместно, еще не дают возможности избежать фундаментальных трудностей, связанных с проблемой расходимостей и релятивистской инвариантностью. Здесь мы видим указание на необходимость выйти вообще за рамки определенности протяжения.

Для философии эта проблема не нова. На нее обращали внимание еще философы древности в знаменитых апориях Зенона. Апории Зенона уже на протяжении двух с половиной тысячелетий проходят через всю историю философии как труднейшие загадки, много раз подвергавшиеся различным истолкованиям, но так и оставшиеся не преодоленными и нерешенными. Вопрос о том, можно ли понять движение, не выходя за рамки протяженности и длительности, Зенон обсуждает в своих четырех апориях: "Ахиллес и черепаха", "Дихотомия", "Летающая стрела" и "Стадион". Вопрос был не в том, есть ли движение, а в том, как его выразить в логике понятий. Если апории "Ахиллес и черепаха" и "Дихотомия" вынуждают нас признать наличие некоторой границы деления протяжения и утверждают существование последнего, далее неделимого отрезка протяжения, то в апориях "Стадион" и "Летающая стрела" Зенон как бы идет дальше и показывает, что представление о протяжении за пределами этого элементарного отрезка протяжения или "внутри" него приводит к непреодолимым противоречиям. Эти последние апории противоречат выводам из апорий "Ахиллес и черепаха" и "Дихотомия".

Та же ситуация сложилась в современной физике микромира, где, с одной стороны, мы вынуждены признать существование некоторого предельно малого и дальше неделимого элемента протяженности, а с другой - согласно требованиям релятивистской инвариантности, он должен "растягиваться" и "сокращаться", т.е. должен быть делим и далее.

Можно показать [1], что любые ультрарелятивистские микрообъекты, в том числе и кванты света, при достижении ими планковской энергии 10^{19} Гэв превращаются в микроскопические планковские черные дыры, гравитационный радиус которых равен минимальному планковскому размеру 10^{-33} см. Для описания черных дыр обычно используется решение Керра-Ньюмена и его частные случаи, самый простой из которых - метрика Шварцшильда. Найти точное решение означает найти метрику, т.е. выражение, связывающее две близкие точки в пространстве-времени. В метрике Шварцшильда особенности метрических коэффициентов при временной радиальной координате обуславливают то, что время на гравитационном радиусе для удаленного наблюдателя останавливается, а пространственные промежутки становятся бесконечными. Так, для соединения двух точек на сфере с гравитационным радиусом требуется бесконечный отрезок, что и означает дыру в пространстве,

т.е. отсутствие пространства, невозможность установления метрических отношений, а это и есть то, что мы выше обозначили как "непространственность" интерьера (внутреннего объема) элементарной частицы.

Остановимся на этом несколько подробнее. Предположим, мы решили исследовать микромир. Что для этого необходимо? Чем меньший масштаб явлений мы хотим исследовать, тем энергичнее должны быть "снаряды" для такого исследования - протоны, электроны, фотоны и т.п. В микромире между масштабом исследуемых явлений и энергией "снарядов" существует обратно пропорциональная зависимость. В настоящее время наименьший масштаб, достигнутый при исследовании микромира с помощью таких энергичных "снарядов", составляет 10^{-17} см. Известно, что с помощью фундаментальных констант - скорости света c , постоянной Планка h и гравитационной постоянной k можно составить выражение с размерностью длины - так называемую планковскую длину $(h k / c^3)^{1/2} \sim 10^{-33}$ см. Предполагается, что эта длина является наименьшей из всех возможных длин, а далее пространство и время квантуются, дробятся на неделимые части. Однако все это до последнего времени было чистым предположением, спекуляцией. Ведь между расстоянием 10^{-17} см и 10^{-33} см лежит огромная неисследованная область энергий. И, казалось бы, нет никакой теоретической основы (например, не построена квантовая теория гравитации) для утверждения о том, что планковская длина является наименьшей длиной. Да и почему, собственно говоря, эту длину нельзя делить дальше, на еще более мелкие части? Ответ на этот вопрос и содержится в статье [1]. Сама идея является довольно простой. Представьте себе, что мы с помощью какого-то генератора можем порождать фотоны - безмассовые квантовые частицы, с любой энергией. Вопрос в том, можно ли увеличивать энергию фотонов до бесконечности? Казалось бы, ничто этому не мешает. Но проанализируем эту ситуацию более тщательно. Согласно общей теории относительности, любая форма энергии, в том числе энергия безмассовых фотонов, обязана генерировать гравитационное поле. И чем больше энергия фотона, тем более мощное гравитационное поле им генерируется. Из физики мы знаем, что фотон обладает кинетической энергией $E_{кин} = P c$, где P - импульс фотона, а c - его скорость. Эта энергия является положительной величиной. Гравитационное же поле фотона связано с его потенциальной энергией, как и гравитационное поле любого массивного объекта и она является величиной отрицательной. Обычно потенциальная энергия фотона просто игнорируется. Найдем, чему она равна? Будем действовать по аналогии с потенциальной энергией массивных частиц.

Для однородного массивного шара радиусом R его собственная гравитационная энергия находится из уравнения тяготения Ньютона и имеет вид

$$E_{ном} = - k M^2 / R \quad (1)$$

где k - гравитационная постоянная, M - масса шара, R - его радиус.

Но у фотона массы нет. Можно показать, что для фотона в уравнение (1) вместо величины массы M нужно подставить величину импульса фотона, деленного на скорость света, то есть P / c .

Тогда собственная гравитационная энергия фотона примет следующий вид

$$E_{ном} = - k P^2 / (c^2 R) \quad (2)$$

где R необходимо сопоставить с длиной волны фотона. Полная же энергия фотона равна сумме кинетической и потенциальной энергий и имеет следующий вид

$$E = E_{кин} + E_{пот} = P c - k P^2 / (c^2 R) = P c (1 - k P / (c^3 R)) \quad (3)$$

В последнем выражении в (3) величина $k P / c^3$ представляет собой ни что иное, как гравитационный радиус фотона.

В более точном выражении для полной энергии фотона необходимо учитывать его орбитальный и спиновой моменты, а также эффекты, возникающие в рамках общей теории относительности. Однако здесь мы в целях упрощения изложения не станем приводить точную формулу для полной энергии фотона. Это не повлияет существенно на окончательные выводы.

Как теперь приближенно рассмотреть уравнение (3) для полной энергии фотона с точки зрения квантовой теории, то есть в микромире? Чтобы использовать уравнение (3) в квантовой теории, будем рассматривать величины P и R , входящие в него, с помощью соотношения неопределенностей Гейзенберга как неопределенности импульса и координаты. Согласно соотношению неопределенностей, эти величины связаны друг с другом. Положим, что $P R = h$, где h - постоянная Планка. Используя это соотношение, найдем из (3) зависимость $E (R)$

$$E (R) = h c / R - h^2 k / (c^2 R^3) = (h c / R) (1 - l_{пл}^2 / R^2) \quad (4)$$

где $l_{пл}$ - фундаментальная планковская длина, равная $(h k / c^3)^{1/2} \sim 10^{-33}$ см.

Если на основании уравнения (4) построить график функции $E (R)$, то максимальная энергия, которую сможет достичь фотон, окажется примерно равной планковской энергии $E_{пл} \sim 10^{19}$ ГэВ, при этом длина волны фотона l будет почти сопоставима с планковской длиной. Если импульс фотона увеличивать и далее, то его полная энергия начнет уменьшаться за счет преобладания отрицательной гравитационной составляющей полной энергии фотона, которая до этого момента не играла существенной роли. При длине волны фотона l равной планковской длине $l_{пл}$ его полная энергия становится равной нулю и фотон уходит под свой собственный горизонт событий, то есть коллапсирует и превращается в микроскопическую черную дыру с планковскими размерами и планковской массой. Таким образом, мы получили важный вывод : *свет при планковской энергии коллапсирует.*

Нетрудно видеть, что все наши рассуждения справедливы не только для фотонов, но и для любых других ультрарелятивистских квантовых частиц, в том числе обладающих массой. Следовательно, при планковской энергии вся физическая материя будет находиться в черной дыре состоянии.

Итак, чтобы "прощупать" сверхмалые расстояния, нужны высокоэнергичные кванты энергии. Но выше мы обнаружили, что при планковской энергии 10^{19} ГэВ все такие кванты неизбежно превращаются в микроскопические планковские черные дыры (коллапсируют). Следовательно, при планковской энергии в природе вообще больше не существует инструментария для исследования расстояний, меньших $l_{пл} \sim 10^{-33}$ см. Это

ограничение аналогично такому же ограничению, накладываемому на процесс измерения соотношением неопределенностей Гейзенберга (вспомним его мысленные эксперименты с микроскопом). И мы приходим ко второму важному выводу : *представление о расстояниях, меньших $l_{пл} \sim 10^{-33}$ см, то есть вне пределов их возможной физической верификации, беспредметно.* Это противоречило бы принципу наблюдаемости, согласно которому в науку нельзя вводить принципиально ненаблюдаемые величины, в данном случае расстояния, меньшие планковской длины.

Но возможно ли проводить исследования и на этом основании делать теоретические заключения о физике за планковским пределом, если в природе в принципе не существует инструментов для подобных исследований. Конечно же, нет. И мы приходим к третьему важному выводу : *никакой локальной физики за планковским пределом, в масштабе $l_{пл} \sim 10^{-33}$ см и при энергии 10^{19} ГэВ , в природе не существует.* . Таким образом, именно здесь локальная классическая физика заканчивает свое существование.

Итак, дилемма "точка" или "протяженный отрезок" разрешилась в пользу микроскопической планковской черной дыры. В ней планковская длина лишает понятие пространства внутри сферы Шварцшильда его физического смысла, а гравитационный радиус отделяет эту область от реального мира физических явлений, сохраняя в нем причинные связи (то есть отсутствие сверхсветовых скоростей) в их первоначальном виде.

Загадочным образом тяготение связано с указанной выше дилеммой. Если бы не было тяготения, эта дилемма не имела бы решения и, следовательно, наш локальный мир не имел бы право на существование. Мы убеждаемся (вслед за Эйнштейном), что пространство-время немислимо без полей тяготения и, видимо, ими порождено.

В [2] показано также, что образование планковской черной дыры в результате коллапса фотона энергетически наиболее выгодно в 3-мерном пространстве по сравнению с "физикой" образования планковских черных дыр в пространствах других размерностей, что, возможно, предопределило 4-мерность физического пространства-времени в первые доли секунды "Большого Взрыва".

В [3] показано, что на планковском уровне на самом деле справедливо соотношение неопределенностей

$$\Delta R_i \Delta R^i \geq l_{пл}^2$$

где ΔR_i и ΔR^i - неопределенности сопряженных ковариантных и контравариантных компонент гравитационного радиуса черной дыры. Таким образом мы видим, что планковская длина является естественной границей локализации любых квантовых частиц.

Литература

1. А.П. Климец "Геоны, черные дыры и фундаментальная планковская длина" <http://aklimets.narod.ru/geon.htm>
2. А.П. Климец "Почему пространство трехмерно", <http://aklimets.narod.ru/trexmerie.htm> .
3. А.П. Климец "К квантовой теории гравитации" http://aklimets.narod.ru/kvantovaja_gravitacia.htm